

## 2025 年度 実践報告書

テーマ：

小中高の視点から算数・数学の授業をつくる  
～統計的問題解決力の育成に向けて～

2026 年 3 月

お茶の水女子大学附属学校園

連携研究「算数・数学部会」

## はじめに

お茶の水女子大学の附属学校園と大学は、すべてが同一キャンパス内に設置されている点に大きな特色があります。このため、大学および各校種間における対面での連携事業を、他の国立大学附属学校園と比べて比較的円滑に実施できるという利点があります。算数・数学部会では、これまで毎月1回の頻度で各校の算数科・数学科の教員が集まり、授業実践や学習指導上の課題について情報交換や研究討議を重ねてまいりました。本部会では9年程前より、統計教育に焦点を当てて重点的に議論を進めてきました。途中、新型コロナウイルス感染症の影響により、約半年間の活動休止を余儀なくされましたが、その後はオンライン会議システムを活用して活動を継続してきました。このオンラインでの開催で、柔軟な部会運営が可能となり、これは校地が分散している他の附属学校園における取組の一つのモデルにもなり得ると考えています。

小学校・中学校・高等学校の接続を重視した現行の学習指導要領では、かつて中学校数学科から一時的に姿を消していた統計の内容が再び取り上げられるようになり、高等学校では「仮説検定の方法」を含むまでに至っています。今日においては、データを活用し、意思決定につなげる力を育成する統計教育の充実が強く求められています。さらに大学教育においても、AI時代を背景として、文系・理系を問わず、すべての学生が数理・データサイエンス・AIの基礎的素養を身に付けることが必要とされています。

算数・数学部会では、これまで統計的な問題解決の方法に関する知識や、批判的思考を含む探究的なプロセスを重視した授業実践に取り組んできました。今年度も、算数・数学科における統計教育の研究を進めるとともに、今日的な課題についても取り上げながら、実践の共有と検討を行ってまいりました。さらに、探究学習の充実を視野に入れ、児童・生徒の興味・関心をどのように高めていくかについて、校種を越えた情報交換も行いました。具体的には、附属小学校算数科において、「理数好きな児童・生徒を育てる探究学習推進プラン」事業の研究開発指定を受け、児童の興味・関心を高めるための指導法の開発に取り組みました。また、附属高等学校では、SSH事業の研究開発指定のもと、令和6年度より学校設定科目「数学探究」を開講し、多様な題材を通して数学的好奇心を育むとともに、論理的思考力や批判的思考力の育成を図っています。その中でも統計に関連する数学的概念の理解も深め、統計的分析の質の向上を目指した取組が行われています。

本報告書は、今年度の算数・数学部会における研究討議および統計教育に関する授業実践の成果をまとめたものです。本書が、各校種における統計教育ならびに算数・数学教育に携わる皆様の今後の実践の一助となれば幸いです。

# 目次

## 【小学校】

- 3年生：棒グラフ「グラフを比べて見よう」（河合 紗由利）・・・1

## 【中学校】

- 1年生：データの活用「もっと！お茶中生の目をまもるプロジェクト」（矢野 修人）・・・3
- 2年生：データの分布「箱ひげ図を用いた比較分析と統計的推論」（大塚 みずほ）・・・9

## 【高等学校】

- 2年生：データの分析の応用（数学Ⅱにて実施）  
「最小二乗法による回帰直線の導出」（阿部 真由美）・・・13

# 小学校3年生：棒グラフ

## グラフを比べて見よう

附属小学校 河合 紗由利

### 1. 学習のねらい

勉強か好きか嫌いかを調べたアンケートをもとに、同じ結果から作るグラフでも形式の違いによって結果から受ける印象が変わること。アンケートの選択肢によって結果に影響が出ることを経験させる。

### 2. 教材について

勉強か好きか嫌いかについて右に示したように、選択肢を変えた3つのアンケートを作りデータを収集した。

3クラスの結果を棒グラフにしたものを比較しながら、棒グラフとして表すときには、どの部分が揃っていると

わかりやすいのかを考えさせたい。さらに、1つのクラスに着目したとき、アンケート①～③ではどれも勉強か好きか嫌いかについて聞いているものの、選択肢の違いによって結果の印象も違ってくることが予想させる。その結果の違いから、選択肢の表現についても子どもたちと話題にすることができると考えている。

アンケート①

とても好き 好き ふつう 嫌い とても嫌い

アンケート②

1 2 3 4 5 \*嫌いを1、好きを5とする。

アンケート③

好き どちらかといえば好き どちらかといえば嫌い 嫌い

### 3. 育てたい力（資質・能力）

- 目的に合った棒グラフの表現方法を考えることができる。
- 選択肢の言葉に着目して、目的に合ったアンケートの集計方法を考えることができる。

### 4. 学習の展開（全6回）

#### ① 学習指導案（第2時～第4時）

学習活動	指導の手立て留意点
【第2、3時】 アンケート結果をクラス別、アンケート別の棒グラフにして見比べる。	棒グラフの縦軸が揃っていないことを意識させる。
【第4時】 アンケートごとの棒グラフを、選択肢の違いを観点にして見比べる。	選択肢の数や言葉の違いを意識させる。

#### ② 授業活動の実際

第2時ではアンケート①をもとに作った3クラス分の棒グラフ（図1～3）を子どもたちに提示した。グラフを提示した直後、3組は勉強好きが多いといった発言が出てきた。しばらく見ていると、縦軸がどれもちがっていることに子どもたちは気づき、それぞれの棒が何人を表しているのかを確認しはじめた。

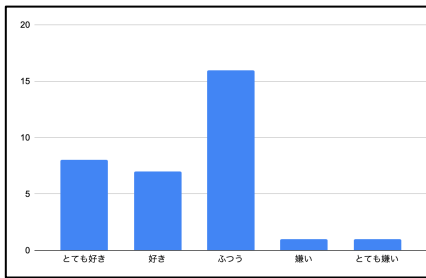


図 1

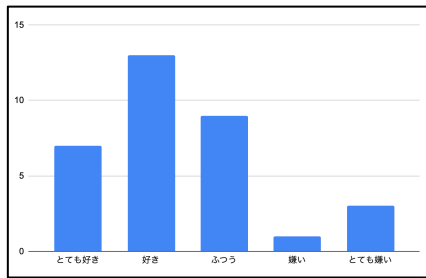


図 2

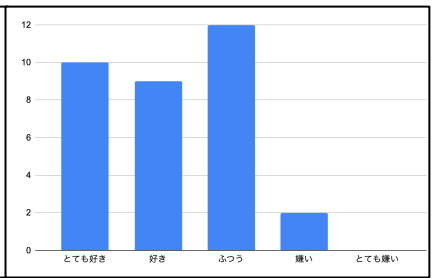


図 3

なぜ数えているのか問いかけると、「一番上の数が違う」などの発言が出され、縦軸の最大値がちがっていることを確認した。縦軸はメモリの幅が5ずつと2ずつになっていることも確認した。「とても好き」は3組の10人が最も多いが、「好き」は2組の13人が最も多いことなどに触れながら、縦軸の幅や最大値は揃っていた方が比べやすいということになった。

第3時では、アンケート②とアンケート③から作った棒グラフを子どもたちに提示した。

第4時では、あるクラスのアンケート①～③の結果を比べた。縦軸のメモリはどれも5ずつになっているが、アンケート①②とアンケート③のグラフでは実際の長さが違っていたから、メモリの長さもそろっていた方がよいということになった。また、選択肢が5つの場合（アンケート①②）と4つの場合（アンケート③）を比べると、棒の太さが違うことに気づき、同じ太さの方がよいということも話題になった。

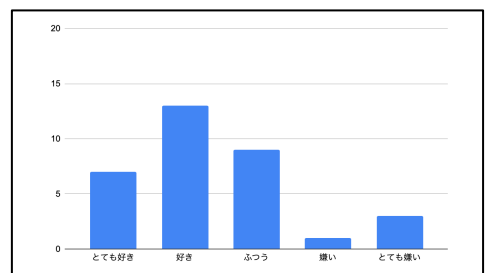


図 4

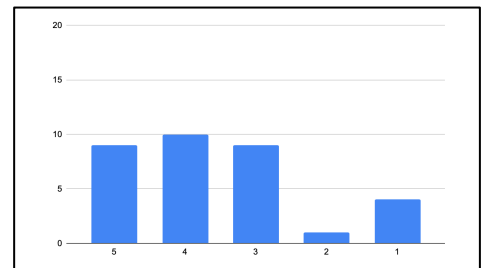


図 5

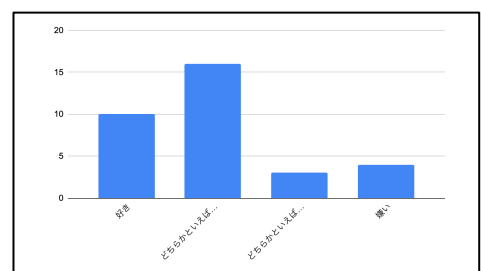


図 6

さらに、選択肢の言葉に注目し始めた。アンケート①は選択肢が5つあり、真ん中の選択肢が「ふつう」になっている。「ふつう」があると、どれを選んだらいいのか迷っている場合は「ふつう」を選んでしまう人がいいのではないかという意見が出された。その意見に賛同するように、「確かに」「私もそうだった」といった発言が出てきた。逆にアンケート③のように選択肢が4つで「ふつう」のような選択肢がないと自分の気持ちが好きによっているのか嫌いによっているのか決めなければいけないといった発言も出てきた。

そして、もし勉強が好きな人が多いのか嫌いな人が多いのか知りたいときは、どのアンケートを使うか問いかけると、ほとんどの子がアンケート③と答えた。なぜそのような考えたのか問いかけると「ふつう」があると多くの人は「ふつう」を選んでしまう、「ふつう」がない方が好きか嫌いかわからどっちが多いかわかりやすい、などの意見が出された。

## 5. 授業を振り返って

同じアンケートを3クラスで実施したことで、クラスごとの棒グラフを比較することができた。その結果、縦軸の違いに着目することができた。一方で、単元の構成として、グラフを読み取ることは豊かに行うことができたが、グラフを作る作業が少なくなってしまうことは課題である。

# 中学校 1 年生：単元名 データの活用

## もっと！お茶中生の目をまもるプロジェクト

附属中学校 矢野 修人

### 1. 学習のねらい

中学校第 1 学年では、小学校算数科での学習の上に立って、データの分布に着目し、その傾向を読み取り批判的に考察して判断したり、不確定な事象の起こりやすさについて考察したりする力を養う。その際に、統計的な手法を用いてデータの傾向を捉え説明することを重視し、ヒストグラムを作ったり相対度数や累積度数を求めたりすることだけが学習の目標にならないように配慮する必要がある。

そこで、本実践では学校生活の身の回りの問題について、PPDAC サイクルを意識しながら解決することを通して、統計的な手法を用いてデータの傾向を捉え説明することができるようにする。

### 2. 教材について

本実践では、保健委員会が実施した「お茶中生の目をまもるプロジェクト」を題材にした。図 1 は本校の保健便り 12 月号の記事である。裸眼視力 1.0 未満のお茶中 2 年生の割合は 70% を超えており、全国平均と比較して高い状況が続いている。そこで、保健委員会は「お茶中生の目をまもるプロジェクト」を実施した。具体的には、一般的に視力と関わりがあるとされている「スマートフォンの使用」について呼びかけるポスターを掲示したり、終礼時に目の体操を実施したりするなどの活動に取り組んだ。

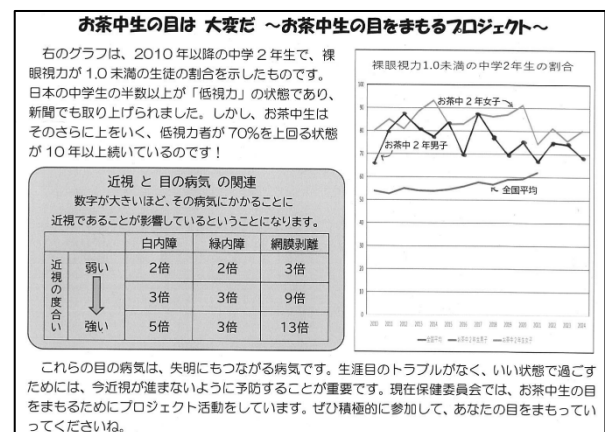


図 1：保健便り 12 月号の記事

このプロジェクトでは視力検査の結果をもとに様々な活動に取り組んでいたが、生活習慣の調査は実施していない。そこで、本実践では「もっと！お茶中生の目をまもるプロジェクト」として、視力と生活習慣の関連を明らかにすることを目的にしたデータ分析に取り組んだ。具体的には、視力と関わりがあるとされている生活習慣についてのデータを収集し、傾向を分析し、その結果をまとめた。生活習慣のデータは 1 年生には冬休みの宿題として 1 週間分のデータを記録してもらい、最小値・最大値・平均値・中央値を算出したものをデータとして収集した。このデータとは別に全校生徒にもアンケートを実施し、1 日分のデータを収集したため、「1 年生の 1 週間分の詳細なデータ」「全校の 1 日のデータ」の 2 種類のデータを集めた。最終的には分析した結果を保健委員会に共有し、次年度以降のプロジェクト活動に役立ててもらおうことを想定している。

### 3. 育てたい力（資質・能力）

- 目的に応じてデータを収集して分析し、そのデータの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること。

## 4. 学習の展開（全3回）

### ① 学習指導案

本実践は第12時から第14時にあたる。以下に第11時までの概要を示す。

- [第1時] 小学校の学習内容を復習し、PPDAC サイクルの一連の問題解決過程を確認した。第12時に向けて、「もっと！お茶中生の目をまもるプロジェクト」のProblem（問題）とPlan（計画）の内容を確認した。
- [第2時] ルーラーキャッチのデータを収集し、スプレッドシート上での代表値の求め方を確認した。
- [第3時] ヒストグラムや度数折れ線について確認し、収集したルーラーキャッチのデータを SGRAPA (<https://sgrapa.com/>) で分析する方法を確認した。
- [第4時] SGRAPA を用いて、ルーラーキャッチのデータをヒストグラムで表現し、1回目と2回目の違いや、アンケート「自分は反応が早いと思う」との関連を分析した。
- [第5時] 前時の続きとして、クラスごとの傾向を比較した。各クラス的人数が異なり度数での比較ができないことから、相対度数を導入した。
- [第6時] 「15cm以下の人」「30cm以上の人」といった比較をする際の考え方として、累積度数や累積相対度数を導入した。
- [第7時] 身の回りの確率について想起し、統計的確率と数学的確率があることを確認した。
- [第8～9時] ペットボトルキャップの実験を通して、多数回の実験の結果、ことがらの起こる相対度数が一定の数値に近づくこと、その数値を確率ということを確認した。
- [第10～11時] 度数分布表からの平均値の求め方を確認した。代表値の特徴を確認し、身の回りのデータの傾向や特徴を読み取った。

学習活動	指導の手立て留意点
<p>[第12時]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「もっと！お茶中生の目をまもるプロジェクト」の問題解決の概要を改めて確認する。</li> <li>・収集した視力と生活習慣のデータやクリーニングの内容を確認する。</li> <li>・SGRAPAを用いてデータを整理し、傾向を分析し、分析結果をGoogleスライドにまとめる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ProblemとPlanの相は第1時でも触れている。</li> <li>・元データは個人情報を含んでいるため、クリーニングは教師が実施し、その内容を共有した。</li> </ul>
<p>[第13時]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・SGRAPAを用いてデータを整理し、傾向を分析し、分析結果をGoogleスライドにまとめる。</li> <li>・Googleスライドに提案書を作成する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・引き続きデータの分析・まとめに取り組む。</li> <li>・視力と関連が見られたデータは適宜クラス全体に共有する。</li> </ul>
<p>[第14時]</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・発表に向けて、Googleスライドを完成させる。</li> <li>・グループ内で分析結果や提案書の内容を発表する。</li> <li>・発表を聞いて、Googleスライド上でコメントを送り合う。</li> <li>・特徴的な分析結果を全体で共有する。</li> <li>・Googleフォームで振り返りに取り組む。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・発表は2～3分程度として、コメントを含めて1人5分程度。</li> <li>・全体では視力と生活習慣の関連が見られた分析を積極的に取り上げる。</li> </ul>

## ② 授業活動の実際

### (1) 第12時

第12時では、まず全体で問題を確認した。図1の保健便り12月号を示して、お茶中生の視力の状況や保健委員会の取り組みを紹介した。そして、Problemとして図2のスライドを示し、本時からの問題解決について確認した。

Plan以降の相は生徒が課題として取り組むが、データは事前に収集したものを配付した。配付したデータは「全校」と「1年生」の2種類であり、どちらを用いて分析してもよいこととした。「全校」のデータは「普段の1日」のもの、「1年生」のデータは冬休み中の7日間の「最小値」「最大値」「平均値」「中央値」である。データの内容は次の通りである。

#### (基本質問)

- ・学年、クラス
- ・Q1 メガネを使っていますか？→3択（いつも使っている、見えにくいときのみ、使っていない）
- ・Q2 右目の裸眼視力、左目の裸眼視力（学校の視力検査で矯正視力をはかっていない人を対象にするため、Q1で「使っていない」を選択した人のみ）
- ・Q3 10秒以上まばたきせずに目を開けることができますか？→2択（できる、できない）

#### (生活の記録)

- ① 前日の就寝時刻
- ② 睡眠時間
- ③ テレビを見た時間（テレビゲームも含む）
- ④ スマートフォン・PC・タブレット等の端末を見た時間（ゲーム、SNS、課題など）
- ⑤ ③または④を1時間以上続けた回数（2時間以上は2というように時間数に応じてカウント）
- ⑥ 読み書きの時間（勉強、漫画、読書など）
- ⑦ 屋外で過ごした時間（外での運動や移動、休憩など、とにかく屋外にいた時間）
- ⑧ 運動した時間（部活も含む）

「基本質問」は学年やメガネの使用、視力、ドライアイの傾向で層別に分析することを想定して設定した。「生活の記録」は一般的に視力と関わりがあるとされている生活習慣についての時間や回数のデータである。Dataの相については、生徒はアンケートに回答したものの、収集・クリーニングといった作業は教師が実施した。そこで、教師が実施したデータクリーニングの内容を図3のようにドキュメントにまとめて共有した。

これらのデータを分析するにあたっては、(a) 層別に分類する、(b) ①～⑧のうち分析対象とするデータを選び層別に図表を作成する、という作業が必要である。(a) については、「メガネの使用頻度で3つの集団に分ける」「メガネ使用、裸眼視力1.0未満、裸眼視力1.0以上の3つの集団に分ける」といったように集団の数や分け方を決めなければならない。(b) については、①～⑧のうちどのデータを分析

### Problem（問題）

保健委員会が実施している「お茶中生の目をまもるプロジェクト」では「お茶中生の視力がよくない」という視力検査の結果をもとに様々な活動に取り組んでいます。

そこで数学の授業ではデータからお茶中生の生活習慣と視力の関係を分析します！分析した結果は保健委員会に提供し、より充実したプロジェクトになるように活用してもらいましょう！

図2：提示したProblemのスライド

#### 「もっと！目をまもるプロジェクト」データクリーニングの内容

##### ○1年生の冬休みの宿題

- ・2重解答の削除
- ・メガネやコンタクトを使用している人で視力を回答している人の回答内容を修正
- ・入力ミスの点検→全ての点検は時間的・労力的に難しいので、平均値と中央値が最小値と最大値から飛び出しているものを探しました（「条件付き書式」というのを使って条件を指定すると自動で見つけてくれる）。プリントを確認して、必要なものは再計算。
- ・上の項目の点検中にたまたま見つけた不備を修正。（不備が残っている可能性はある）
- ・プリント未提出、プリント記載不完全なデータを削除
- ・⑤で時間を解答しているものをカウントした値に変更（全て連続と仮定）
- ・乱数でランダムに並び変える
- ・提出日時、名前、番号を削除
- ・いくつかのフィルタで並び変え

##### ○全校のアンケート

- ・2重解答の削除
- ・メガネやコンタクトを使用している人で視力を解答している人の回答内容を修正
- ・Q1でメガネやコンタクトを使用していないが視力を回答していない人を削除
- ・明らかに間違っていると思われる回答があるデータを削除（24時間を超えるものなど）
- ・⑤で時間を解答しているものをカウントした値に変更（全て連続と仮定）
- ※分数と時数を間違えていると思われるもの（読み書き1分、屋外1分など）はそのまま。
- ・乱数でランダムに並び変える
- ・提出日時、名前、番号を削除
- ・いくつかのフィルタで並び変え

図3：共有したデータクリーニングの内容

するか、1年生のデータの場合は7日間の「最小値」「最大値」「平均値」「中央値」のどのデータを用いるかを決めなければならない。中学校1年生のデータ分析としては複雑な作業が必要な課題であったと考える。最初は苦戦する様子も見られたが、作業を進めるうちにスプレッドシートやSGRAPAの操作にも慣れてきた様子であった。

第12時は問題の提示とデータの配付・説明をして、残りの時間はそれぞれの分析作業とした。分析は個人で実施するが、3~4人の学習班をつくり、作業をしながら自由に相談できるようにした。分析結果をまとめるスライドは生徒の実際の作成例として第13時で示す。

## (2) 第13時

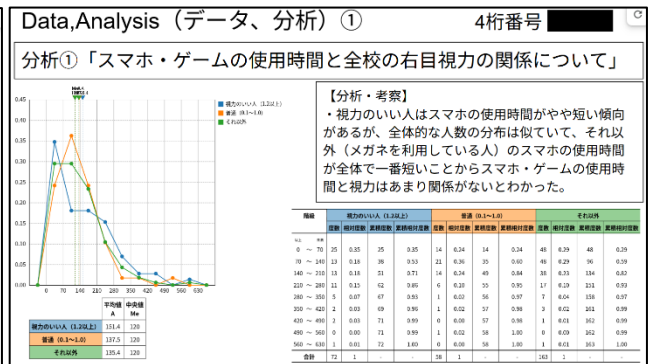
第13時では、前時に引き続きデータを分析し、スライドにまとめる作業の時間とした。基本的な生徒の作業内容は次の通りである。

- ① Planのスライドに「調べたいこと」「使うデータや分析方法」「予想」をまとめる(図4)
- ② Planのスライドの内容をもとに、データを並び替えてSGRAPAに貼り付け、度数分布表やヒストグラム、度数折れ線等を作成する
- ③ 作成した図や表をData・Analysisのスライドに貼り付けて、分析や考察をまとめる(図5~7)
- ④ ①~③を繰り返し、3つ程度の分析結果をまとめる
- ⑤ 分析結果をもとにConclusionのスライドをまとめる(図8)

次の図4~8はある生徒の一連の問題解決である。図4はPlanのスライドである。この生徒は全校生徒のデータを用いて、視力と「スマホ・ゲームの使用時間」「睡眠時間」「前日の就寝時刻」の関連について分析する計画を立てている。図5~7はData・Analysisのスライドである。実際にはAnalysisについてのスライドだが、Dataの相もふまえて分析しているということを意識させるためにData・Analysisとした。この生徒は、視力のいい人として視力1.2以上、普通の人として0.1以上1.2未満、メガネを

Plan (計画)			4桁番号
調べたいこと	使うデータや分析方法	予想	
① 右目の視力とスマホ・ゲームの使用時間の関係(Q2、④)	全校のデータを使用する	スマホ・ゲームの使用時間が長いほど視力の悪い人が多いと予想。	
② 左目の視力と睡眠時間(Q2、②)	全校のデータを使用する	睡眠時間が長いほど視力が良い。	
③ 前日の就寝時間と右目の視力(Q2、①)	全校のデータを使用する	就寝時間が早くても睡眠時間が長くないと視力は良くならないと思う。	
④			
⑤			

図4: Planのスライド



使用している人の3つの集団、あるいはメガネの使用頻度で細分化した4つの集団で分析している。それぞれ度数分布表を作成したり、相対度数を用いた度数折れ線を作成したりしている。図5～7の分析結果にもあるように、今回収集したデータでは、視力と一般的に視力と関わりがあるとされている生活習慣にはほとんど関連が見られなかった。図8はConclusionのスライドである。このスライドは保健委員会への提案書という位置付けで、図4～7の分析結果をまとめ、保健委員会への提案を記入する。この生徒ははっきりとした傾向が見られなかったが、今回データを収集していない遺伝や目の使い方等も関連している可能性があるとして述べている。保健委員会への提案として、データには表れていないが一般的に視力と関わりがあるとされている生活習慣について意識することが大切だと述べている。

今回収集したデータではほとんどの分析で視力と生活習慣の関連は見られなかったが、関連がありそうだという分析結果もいくつか見られた。図9の分析は1年生の1週間のデータを用いた左目の視力と端末の使用時間の平均値の関連を調べた分析である。平均値や中央値、度数分布の最頻値、300分を基準にしたときの相対度数を比較した結果、「視力が良い人のほうが端末の使用時間が短い傾向がある」という分析結果を示している。

図10はQ3の「10秒以上まばたきせずに目を開けることができますか?」という質問の回答と「テレビやスマートフォン等を1時間以上続けて視聴した回数」の分析である。Q3はドライアイのセルフチェック方法の1つ、1時間以上続けて視聴した回数は「こまめな休憩が大切」という一般的な呼びかけに関連した質問である。この生徒は相対度数やヒストグラムを分析した結果として、これらの項目には関連があると分析している。図11は同じ生徒のConclusionのスライドである。「テレビやスマホを見続けるとついまばたきを忘れて見入ってしまい、目が乾燥しやすくなるのではと考えました」というように分析結果の原因を予想する記述が見られた。これらのスライドを作成し、第13時を終えた。

4桁番号 [REDACTED]

**Conclusion (結論)**

保健委員会のみなさんへ

【データを分析してわかったこと】

- 世間がよく言われるような睡眠時間や日光に浴びるなどと視力の関係を複数調査した結果、あまり関係がないという結論が出たが、視力がいい人のほうが良いデータになる傾向が少しみられたりと多少の効果はあるのではないかと考えた。
- スマホ・ゲームの使用時間、睡眠時間、前日の就寝時間と視力の関係についてクラスのデータを整理して比較した。しかし、スマホやゲームの時間が長いほど視力が低い、睡眠時間が短いほど視力が低い、就寝時間が遅いほど視力が低いといったはっきりとした傾向は見られなかった。その理由として、視力には遺伝や目の使い方、屋外活動の時間などさまざまな要因が関係している可能性があり、今回の調査だけでは関係を明確にすることは難しいと考えられる。

【提案】

- 今回の調査ではあまり極端なデータは現れなかったが、目を守るために、スマホやゲームを長時間続けないこと、こまめに休憩をとること、十分な睡眠をとることを意識することが大切だと考える。

図8: Conclusionのスライド

4桁番号 [REDACTED]

**Data, Analysis (データ、分析) ①**

分析①「視力とスマホの使用時間の関係」

【分析・考察】

視力1.0以上⇒視力が良い人  
視力1.0以下⇒視力が悪い人

平均値⇒147.5分 (良い人) 172.8分 (悪い人)  
中央値⇒125分 (良い人) 151分 (悪い人)

●度数分布表

420分以上540分以下の階級: 度数が0 (良い人)  
度数が2 (悪い人)

●ヒストグラム

①一番大きい目で比べると…  
(良い人): 60分以上300分以下の階級  
(悪い人): 90分以上120分以下の階級と180分以上210分以下の階級

②60分以上300分未満の階級⇒スマホの使用時間が短い方  
300分以上600分未満の階級⇒スマホの使用時間が長い方とする

・300分以上600分未満の階級: 視力が悪い人のほうが度数が多い  
つまり、スマホの使用時間が長い方、視力の悪い人が多い

⇒視力が良い人はスマホの使用時間が短い傾向にある  
視力が悪い人はスマホの使用時間が長い傾向にある

階級	24	3	60	1
420 ~ 480	0.00	0.00	0.00	0.00
480 ~ 540	0.00	0.00	0.00	0.00
540 ~ 600	0.00	0.00	0.00	0.00
合計	24	3	60	1

	平均値	中央値
良い人	147.5	125
悪い人	172.8	151

図9: 左目の視力と端末の使用時間の分析 (1年生の平均値)

4桁番号 [REDACTED]

**Data, Analysis (データ、分析) ③**

分析③「10秒以上まばたきをせずに目を開けることができるかと、テレビやスマホを1時間以上続けた回数の関係」

【分析・考察】

左のヒストグラムと度数折れ線は、10秒以上まばたきせずに目を開けることができるかと、テレビやスマホを1時間以上続けた回数の関係を、全校のデータを使って表したものである。

●このヒストグラムと度数折れ線を見ると、10秒以上目を開けることができずには、テレビを見続けた回数1回か2回の階級で相対度数0.31、2回から3回の階級で相対度数が0.28となっている。10秒以上目を開けることができる人のテレビを見続けた回数相対度数は1回から2回の階級で0.24、2回から3回の階級でも0.24なので、こちらの方が相対度数が高い。だが、10秒以上目を開けることができる人、テレビを見続けた回数3回から4回の階級で相対度数0.15、4回から5回の階級で0.03である。つまり、こちらは10秒以上目を開けることができる人のほうが相対度数が高い。→10秒以上目を開けることができる人のほうができない人と比べたら、スマホを1時間以上続けた回数が少ないと読み取ることができる。

つまり、10秒以上まばたきせずに目を開けることができるかと、テレビやスマホを1時間以上続けた回数にはおそろい関係がある。そして、テレビやスマホを1時間以上続けた回数が多い人のほうが10秒以上目を開けることができずという考えられる。

図10: 10秒以上目を開けることができるかと画面の1時間以上視聴回数の分析 (全校)

4桁番号 [REDACTED]

**Conclusion (結論)**

保健委員会のみなさんへ

【データを分析してわかったこと】

- 分析①の結果、右目の視力とスマホ等の使用時間の関係はあまりないと考えられました。
- 分析②の結果、右目の視力と読み書きの時間の関係は少しは関係しているが、そこまで大きな関係ではないと考えられました。
- 分析③の結果、10秒以上まばたきせずに目を開けることができるかと、テレビやスマホを1時間以上続けた回数にはおそろい関係があると考えられました。そして、テレビやスマホを1時間以上続けた回数が多い人のほうが10秒以上目を開けることができずということが分かりました。テレビやスマホを見続けるとついまばたきを忘れて見入ってしまい、目が乾燥しやすくなるのではと考えました。

【提案】

スマホやテレビを見ていてまばたきを忘れないようにするために、30センチ以上離れて画面を見て、時々画面から目を離して外を見ると良いという習慣をつけたほうが良いと思いました。なので、それを呼びかけるポスターを作って校内に貼ると、生徒に見てもらいやすくなると思います。絵を書いて分かりやすく表すと、文章だけよりも想像しやすく、より良いと思いました。

図11: 図10の生徒のConclusionのスライド

### (3) 第 14 時

第 14 時は分析結果のグループ内発表と全体共有、振り返りに取り組んだ。グループ内発表では 1 人 2~3 分で発表し、分析結果や発表の内容について Google スライド上でコメントを送りあった。写真 1 はグループ内発表の様子である。また、図 12 は生徒のコメント例である。全体共有では、視力と生活習慣の関連が見られたという分析結果や特徴的な分析結果を中心に取上げた。最後に Google フォームで振り返りに取り組み授業を終えた。振り返りの項目の概要は次の通りである。



写真 1: グループ内発表の様子

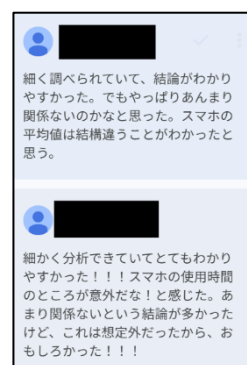


図 12: 生徒のコメント例

- ・楽しかったか？またその理由
- ・分析したことのまとめ
- ・自分のデータ分析について満足しているか？
- ・自分の分析で工夫したこと
- ・自分の分析で改善したいこと
- ・他の人の分析を見て考えたことや発見したこと
- ・もう一度同じ課題に取り組むならどうするか？
- ・感想
- ・また取り組みたいか？

## 5. 授業を振り返って

生徒の振り返りでは、普段の実践と比較すると「楽しかった」「また取り組みたい」といった肯定的な回答の割合が小さかった。理由や感想には、「違いがモヤモヤしていて、目的としていた保健委員会の目を守るプロジェクトのためになった達成感が少ないから。」「全然傾向がでなさすぎて分析に何も書くことがなくて難しかった。」といった記述が多くあり、はっきりと視力と関連のあるデータが少なかったことが原因であると考えられる。一方で、「傾向を見ると思うようにいかないことがあって面白かったです。また、質問の項目が多かったのでいろんな比べ方があって楽しかったです。」というように思うような結果にならなかったことや煩雑なデータを扱ったことを肯定的に捉える感想も見られた。

身の回りのデータを扱ったことについては、「実際の自分たちのことを分析するのが、身近なものを研究しているような気分で面白かった。」「自分に関係のある、関心のあるお題だったので、取り組みやすかった。」という肯定的な感想が見られた。

本実践は単元の終末に活用の位置付けで実施したものだが、「授業で相対度数を使うときはイメージが付いていなかったけど、実際自分で分析をしてみて、例えば、合計の数が違うときは相対度数にしなければいけないことや平均値は外れ値の影響をうけることなどがよく分かったのが一番よかったなと思った。」「実践を通して、グラフの書き方（横軸、縦軸の単位の決め方など）やグラフの読み取り方を学ぶことができて良かったと思います。何を調べたかに応じて、どのようなまとめ方にするのか、どの数値を使うのかなど、頭を使うものばかりでした。」というように問題解決を通して単元の学習内容を深めた様子も見られた。

本実践では PPDAC サイクルの 2 周目を回すことはできなかったが、「就寝前の行動、スマホとの距離、読書や勉強時の姿勢など、視力との関連性がありそうな内容で調べてみるとよりいい分析結果が出そうだなと思った。」というように、別のデータを集めてもう一度分析したいという感想も見られた。次のサイクルを回すことにつながる実践になったと考える。次年度以降のデータの活用の実践においても、身の回りのデータを扱うことやさらなる問題解決の視点をもたせることを重視する。

## 中学校 2 年生：第 7 章 データの分布

### 箱ひげ図を用いた比較分析と統計的推論

附属学校 大塚 みずほ

#### 1. 学習のねらい

100 年前と現代の気象データを題材とし、箱ひげ図を用いて、データの分布の傾向を多角的に分析・考察する力を養う。既習のヒストグラム等では困難だった多集団の比較を通じ、箱ひげ図の要素に基づいた論理的な推論を行うとともに、統計的な情報の不確実性を理解し、客観的根拠に基づいた意思決定を行う姿勢を育む。

#### 2. 教材について

本教材は、教科書（学校図書）の題材ともなっている 100 年前と現代の比較（降水量）とバスケットボールの試合における 3 人の得点の比較を取り扱う。また、最終課題としては、東京都の 150 年間の最高気温の推移を扱う。

1 年時の学習事項（度数分布表・ヒストグラム）への習熟に課題がある生徒の実態を踏まえ、情報を「要約」して提示する箱ひげ図を、単なるグラフ作成の技能としてではなく、社会事象の変化（主に今回は気候変動）を構造的に捉え直すための「分析ツール」として位置づけた。

#### 3. 育てたい力（資質・能力）

- 四分位範囲や箱ひげ図を用いてデータの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察し判断することができる。
- 箱ひげ図の有用性と限界（不確実性）を理解し、問題解決に活用しようとする。

#### 4. 学習の展開（全 5 回）

##### ① 学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
[第 1 時] 降水量データの比較（導入）	ヒストグラムでの比較の困難さを経験させ、要約の利便性に気づかせる。
[第 2 時] 箱ひげ図の作成（習得）	ICTをあえて使わず「手作業」で最小値、最大値、第 1～3 四分位数を特定し、数値の意味を実感させる。
[第 3 時] 分布の推論と意思決定	箱ひげ図からドットプロットを復元を試みることで、情報の不確実性を議論する。
[第 4 時] 探究レポートの作成	分析を言語化し、不確実性を踏まえた「新たな問い」を生成させる。
[第 5 時] 集大成テスト（30分）	東京の150年間の気温データを分析し、分布の変容を論理的に記述する。

## ② 授業活動の実際

### 【第1時】降水量データの比較（導入）

本時の導入では、教科書の教材でもあった「1日の降水量が50mm以上の日数」のデータを取り扱った。提示方法としては、6都市の1901年から1925年（25年間）と、2001年から2025年（25年間）の各年について「1日の降水量が50mm以上の日数」が何日だったかのデータと、その度数分布表と度数折れ線を配布した。これをもとに、1年時の学習を想起させ、度数分布表や度数折れ線を用いた分析を試みた。しかし、6都市という多集団のデータを扱う際、生徒は度数の集計や複数の折れ線の重なりを読み取ることに多大な時間を費やした。そこで、図1を提示し、箱ひげ図の導入を行い、どのような情報が読み取れるかの確認を行った。しかし、この段階では有用性の実感というよりは、「情報の簡略化」としての理解に留まっていた。

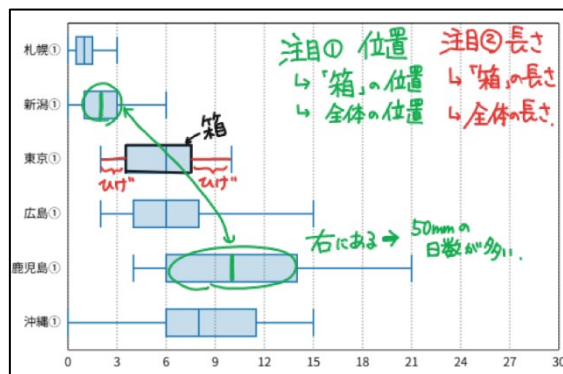


図1：1901年から1925年の箱ひげ図

### 【第2時】「作る」苦労と「比べる」視点

第2時では、あえてICTツールを使用せず、資料に基づいて自ら箱ひげ図を作成する活動を行った。まず、中央値や四分位数について、25個のデータを実際に並べ替え、その「何番目の値か」を指で追いながら特定させた。最小値から最大値まで5つの値を抽出した後、正確にグラフ化する作業を行った。生徒にとっては少し手間のかかる作業であったが、手作業で行うからこそ、5つの数値がそのまま分布の形を表しているという気づきにつながった。

### 【第3時】箱ひげ図の抽象性と分布の多様性

箱ひげ図の有用性を実感しにくい要因の一つに、「個々のデータが見えなくなる」という抽象性がある。そこで第3時では、あえて逆方向の推論、すなわち「箱ひげ図からドットプロットを復元する」活動を行った。題材としては、図2の教科書の問題を使用した。

まず、第2時で習得した「データの個数と位置（15個のデータにおける1, 4, 8, 12, 15番目）」の関係を再確認した。その上で、残り10個のデータの値は特定できないことを指摘した。生徒は、5つの境界線さえ守れば、他のデータの置き方によって「実際の分布」は無数に存在し得ることを、各自のドットプロット作成を通じて体験し、同じ箱ひげ図から多様な分布のパターンが想定できることを全体で共有した。これにより、「箱ひげ図は抜けてしまう情報もある」という統計的な情報の不確実性を実感させた。一方で、箱ひげ図の「箱の大きさ」や「ひげの長さ」などの特徴の違いから、ドットプロットの分布の仕方にも一定の特徴があることが確認された。

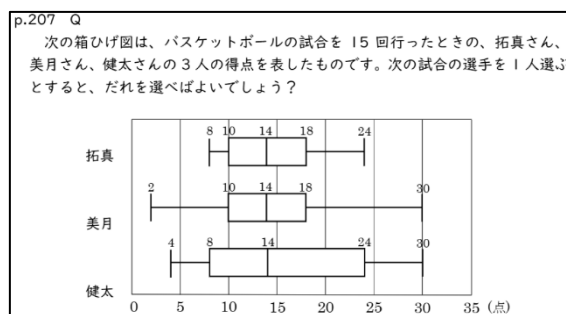


図2：バスケットボールの得点の比較  
(教科書 p. 207 の問題)

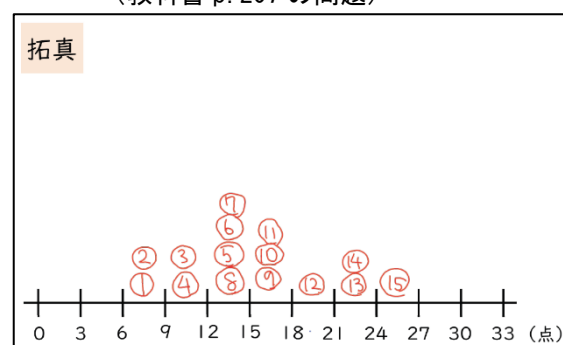


図3：箱ひげ図をもとに作成したドットプロットの例

## 【第4時】価値基準に基づく意思決定とレポートによる言語化

第3時で分布の多様性を確認した後、第4時前半では、3人の選手の箱ひげ図(図2)を比較し、「次の試合に誰を選ぶか」という問いに対し、生徒は自らの価値基準・根拠を明確にして説明を行った。

- [拓真さんを選択]「四分位範囲が最も狭く、常に10点から18点の間で得点できる。大崩れしない信頼感がある」という、散らばりの小ささを根拠とした判断。
- [美月さんを選択]「最大値が30点と圧倒的に高い。格上の相手に勝つためには、第1四分位数が低くても一発の得点力に賭けたい」という、最大値と範囲の広さを根拠とした判断。
- [健太さんを選択]「最小値が4点と3人の中で最も高く、箱の位置(四分位範囲)も高得点側に寄っている。平均的なレベルが一番高い」という、分布全体の右寄りを根拠とした判断。

第4時の後半では、これまでの学習を総括し、第1～2時で用いた「1日の降水量が50mm以上の日数」の箱ひげ図をもとに、レポート形式で記述することを行った。

問1：各都市それぞれについて、①1900年代と②2000年代の箱ひげ図から読み取れることをたくさん挙げて、①と②を比較しなさい。

問2：①と②の比較をふまえて、さらに「短期的に集中的に雨が降ること」の過去と現在の比較について分析するためには、どのようなことを調べるのがよいと思いますか。(どのようなデータをどのように調べるか、具体的に書きなさい。)

問1では、「分布のシフトへの着目」「外れ値・端点への着目」を行いながら、比較・分析する姿勢が見られた。また、問2では、「1時間ごとの最大雨量を調べるべきだ」「10年ごとの推移を並べて変化のスピードを可視化したい」といった提案がなされ、「箱ひげ図で分かること・分からないこと」を区別した上で次の探究ステップを構想する様子が見られた。

## 【第5時】150年間の気温データ分析による学びの深化(集大成評価)

本時は単元の総括として、30分間の「レポート形式テスト(図4)」を実施した。対象としたのは、1876年から2025年に至るまでの東京の7月、8月の最高気温データである。生徒は、提示された複数の箱ひげ図を比較し、そこからどのようなことがわかるか、数学的な根拠に基づいて記述した。

### ① 分布全体の移動の構造的把握

生徒の記述では、単に「昔より暑くなった」という感想を超え、分布全体の移動を構造的に捉える様子が見られた。特に、「分布の裾野(ひげ)」や「中央50%(箱)」がまるごと右へシフトした事実を生徒は記述することができていた。

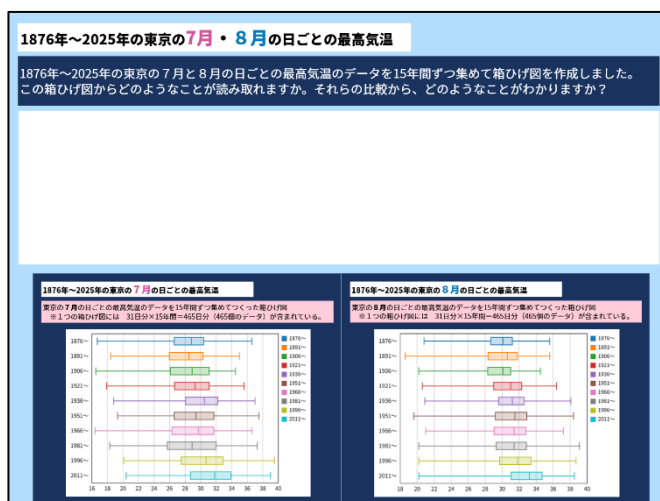


図4：レポート形式テスト(1876年から2025年の東京の7月、8月の最高気温データ)

### ② 散らばりの「意味」の解釈(7月と8月の比較)

また、7月と8月の比較においては、箱の幅(四分位範囲)に着目した高度な分析が行われた。多くの生徒が「8月は7月に比べて箱の幅が狭く、位置が右に寄っている」ことを指摘し、それを「気温が

高い状態で安定している（密集している）」と解釈した。「箱がせまいということは、ヒストグラムで表すとそこに山がしやすいことを示している」というような記述も見られた。

### ③ 評価規準に基づいた成果の客観化

全体としては、「特徴（数値引用）」や「比較」といった基礎的な観点だけでなく、「時系列考察（過去現在）」や「季節性考察（7月8月）」といった観点についての記述も多く見られた。

## 5. 授業を振り返って

### （1）「使いながら理解する」プロセス

本実践では、定義を覚えるから使うのではなく、最初から比較のために「使いながら理解する」という手順で授業を行った。

第2時の手作業（ICTを用いずに必要な5つの数を特定する活動）により、抽象的な概念が身体感覚を伴って理解することができたと考える。また、このプロセスが第3時のドットプロット復元を支え、第5時では「箱の幅をデータの密度やヒストグラムの山として解釈する」というより高次の概念へと結びついた。「使いながら理解する」という方法は、当初は有用性の実感に時間を要したものの、最終的には箱ひげ図の扱い方を身につけることにつながり、数学的な見方・考え方を確かなものにしたと考える。

### （2）「不確実性」の理解

第3時で扱った「箱ひげ図からは特定できないデータがある」という情報の不確実性への気づきは、生徒の統計的な見方を育てるのに必要であった。例えば、第4時の降水量レポートでは、「1日の雨量だけでは集中豪雨の実態は見えないため、1時間単位のデータが必要だ」といった「新たな問い」を自律的に生成する姿が見られた。データの「不完全性」を認識した上で妥当な結論へ向かうことも重要な統計の力であると考えられる。

### （3）「分析」と「判断」を通じた学び

第4時でのバスケットボールの選手選びの活動では、「数学的分析は共通でも意思決定は個人の価値基準に依存する」という点を明確化した。第5時の分析では、ほぼ全生徒が数値引用と対比を行うことができていた。特に、「かつての最大値（稀な暑さ）が現代の中央値（日常）になった」という分布のシフトを社会実感として言語化した記述は、統計を「他人の数字」ではなく「自分たちの生きる世界の構造的な変容」としてとらえることができたものと考えられる。

### （4）今後の課題と展望

本実践を通じて、生徒は箱ひげ図という道具を、社会を読み解くための一つのツールとして身につけることができた。一方で、有用性を実感するまでの試行錯誤もあり、習得と活用のバランスには依然として検討の余地がある。

今後は、本単元で培った「データの背後にある背景を推論する力」を、理科の気象観測や社会科の統計利用、あるいは総合的な学習の時間における地域課題の解決など、教科横断的な文脈の中で発揮させる機会を設け、よりデータを分析することの意味や意義を実感できるようにしていきたい。

# 高等学校 2 年生：データの分析の応用（数学Ⅱにて実施）

## 最小二乗法による回帰直線の導出

附属高等学校 阿部 真由美

### 1. 学習のねらい

- ① 「散布図」という図形的な情報を「関数」で表現するという回帰直線の意義そのもの、また、その傾きや通る点の意味について興味を持つ。
- ② 直線の方程式を求める方法を理解する。
- ③ 直線の式を導出する過程を体験することを通じて、既習の数学（2次関数の最小値、微分）や発展的な内容（2変数関数の扱い）についても理解を深め、数学の有用性について再認識する。

### 2. 教材について

数学Ⅰ「データの分析」において散布図を学ぶことになっているが、教科書の発展事項には、 $x, y$  のデータの平均  $\bar{x}, \bar{y}$  に対応する点  $(\bar{x}, \bar{y})$  を通りかつデータとの誤差が小さくなるような直線が最小二乗法を用いて求められることが記載されている。生徒は、表計算ソフトなどで散布図を表示させると、同時に直線（回帰直線）が現れること、また、それらのデータに正の相関があれば、直線の傾きが正になることも体験的に知っているが、どのようにしてその直線の式が求められるのか、どのような数式で表されるのかまでは厳密には扱っていない。はじめは、「データの分析」、および「2次関数」を学び終えた高校1年生に向けて回帰直線の導出の授業を行おうと考えていたが、構想を練る中で、1年生では、複雑な式の変形に注意が行ってしまい、導出過程で得られる数学的な面白さ・美しさを実感させるのが難しいと判断し、2年生で実施するに至った。

2年生では、数学Ⅱを学習する中で2次関数の扱いにも慣れ、さらに、数列や統計的な推測、微分法と積分法を学び終えており、与えられた式を目標に合わせて変形する基礎的な力は身につけている。題材は統計分野であるが、既習事項を総動員した「数学的探究の集大成」として位置付ける発展的な題材としても有用であると考えた。

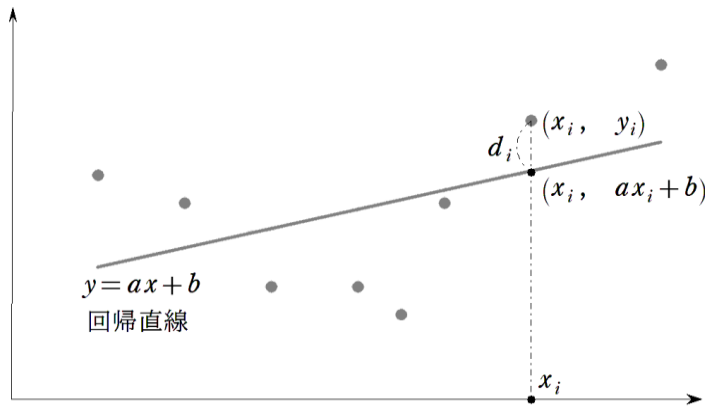
### 3. 育てたい力（資質・能力）

- これまで学んできた数学的な見方、考え方を問題解決に活用する力。
- 知識・技能を活用して、与えられた問題を数学的に解決しようとする意欲。

### 4. 学習の展開

#### ① 学習指導案（1コマ 45分）

学習活動	指導の手立て留意点
<b>1. 「回帰直線」の意味を確認する。</b> <b>問</b> Excelなどで散布図を描いたときに、直線が現れる。「回帰直線」と言われるものである。この直線は何を表しているのか。 <b>問</b> 直線の式はどのようにしたら求められるのか。 n個のデータ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ に対して 仮に直線の式を $y=ax+b$ として考えてみよう。	・「回帰直線」を知らない生徒もいるので、その意味（散布図の点の配列を直線で近似している）について全体で確認する。 ・n組のデータを与え、数式を使って考えることを確認する。



- n個の点  $(x_i, y_i)$  と直線との距離の和が最も小さくなれば良いことを確認する。直線に垂線を下ろすのではなく、y座標の差で考えることも確認しておく。

**2. 回帰直線の式を求めるための目標の確認**

y 軸方向の誤差 (残差)  $d_i$  を表してみると

$$d_i = |y_i - (ax_i + b)|$$

$d_i$  の和を取ると、絶対値の和を求めることになり複雑。

2乗の和を求める方法をとることにする。すなわち

**目標**  $S = \sum_{i=1}^n d_i^2$  が最小になるような  $a$  と  $b$  の値を求めればよい。

- 目標をはっきりさせる。S が最小になるように、a, b の値を求めることが目標となる。
- 2乗の和を考える、という方法は分散を求める際に利用した考え方で、既習事項とつながる場面

**3. まずはSをbの関数とみて、Sが最小となるbの値を求める**

$d_i$  を代入し、Sの式を展開してみる。

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n \{y_i - (ax_i + b)\}^2 \quad \dots \text{① とする。} \\ &= \sum_{i=1}^n \{(y_i - ax_i) - b\}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \{(y_i - ax_i)^2 - 2b(y_i - ax_i) + b^2\} \\ &= \sum_{i=1}^n b^2 + \sum_{i=1}^n 2b(y_i - ax_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i)^2 \\ &= nb^2 + 2b \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i)^2 \end{aligned}$$

bの2次関数になったことを確認する。

**問** 2次関数の最小値はどのように求めたらよいか。

(生徒) 平方完成すればよい

( $b^2$ の係数が正であるからグラフは下に凸。図をかいて確認する)

**問** 2次関数の最小値は、極小値でもある。平方完成以外に、何か良い方法はないか。

(生徒) 微分すればよい。

(生徒) 微分すればよい。

bで微分し、極値を取るbの値を求めていく。

- 目標に照らすと、Sの式の中で  $x_i, y_i$  を定数、a, bを変数とみることになる。つまり2変数関数となるが、係数が簡単な方の文字 b について整理することを方向付ける。

- 2次関数の最小値を求めるために平方完成という方法をとってきたが、微分法の知識から【放物線の頂点=2次関数の極値】であるから、微分して導関数が0になるbを求めることも有効な手段であることを全体で共有する。  
(平方完成で求めても構わない)

$$\frac{dS}{db} = 2nb - 2\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS}{db} = 0 \quad \text{より} \quad b &= \frac{2\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i)}{2n} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - a \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ &= \bar{y} - a\bar{x} \end{aligned}$$

よって、直線の式は次の式で表され、②のように変形できる

**直線の式**

$$\begin{aligned} y &= ax + (\bar{y} - a\bar{x}) \\ \Leftrightarrow y - \bar{y} &= a(x - \bar{x}) \quad \dots \text{②とする。} \end{aligned}$$

**問** ②式から、直線が通る定点の座標は何か。

(生徒) 点  $(\bar{x}, \bar{y})$  を通っている。

**4.** 次にSをaの関数とみて、Sが最小となるaの値を求める

bの値を①式に代入し、展開してaについて整理する。

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n [y_i - \{ax_i + (\bar{y} - a\bar{x})\}]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \{y_i - \bar{y} - a(x_i - \bar{x})\}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \{a^2(x_i - \bar{x})^2 - 2a(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + (y_i - \bar{y})^2\} \\ &= a^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + 2a \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) + \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \end{aligned}$$

aの2次関数であるから、aで微分して最小値を与えるaを求めると

$$\frac{dS}{da} = 2a \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\frac{dS}{da} = 0 \quad \text{より} \quad a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

分母分子をnで割ると

$$\begin{aligned} a &= \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{S_{xy}}{S_x^2} \end{aligned}$$

まとめると、

**回帰直線の式**

$$y = ax + b \quad \text{ただし,} \quad a = \frac{S_{xy}}{S_x^2}, \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

**問** 回帰直線の傾きと相関係数の符号にはどのような関係があるか。また、それはなぜか。

• b が求まった (b をa の式で表すことができた)。

• 直線の式の中にx, yのデータの平均  $\bar{x}, \bar{y}$  の値が現れ、回帰直線が点  $(\bar{x}, \bar{y})$  を通る直線になっていることに注目させる。

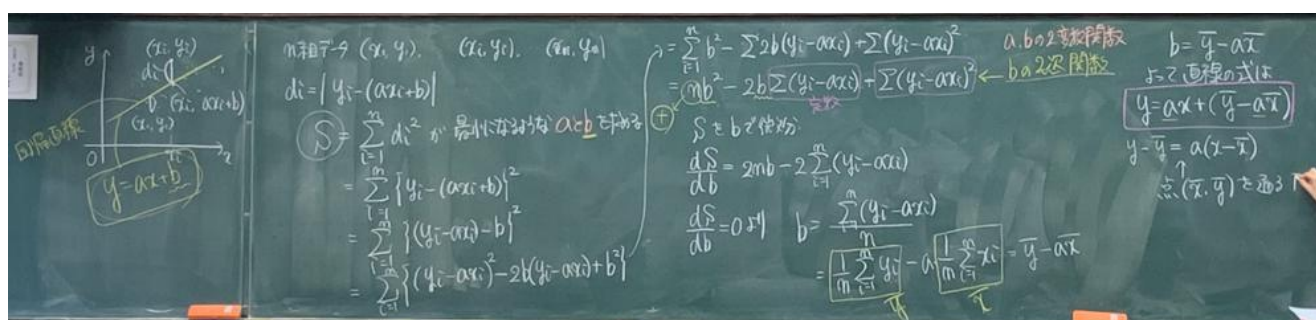
• aを求める操作は、**3.** と同様な流れになる。

• aの値は求められたが、さらに変形して共分散とxの分散を用いて表す。

• 分散や標準偏差は正の値をとるので、それぞれの符号は共分散の符号と同じ符号になる。

<p>(生徒) 共分散の符号と同じになるから、符号は一致する。</p> <p>相関係数 <math>r</math> は</p> $r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$ <p>問 (おまけ) 回帰直線を相関係数 <math>r</math> を用いて表すとどうなるか。</p> <p>直線を②の形で表し、さらに、<math>r</math> と <math>S_x, S_y</math> を用いて書き換えると</p> $\frac{y - \bar{y}}{S_y} = r \cdot \frac{x - \bar{x}}{S_x}$	<p>・ (偏差) / (標準偏差) の式が現れ、その比が相関係数 <math>r</math> となっている。</p>
<p><b>5. まとめ</b></p> <p>回帰直線の式は、 傾きは、共分散を <math>x</math> の分散で割ったもの、 <math>y</math> 切片は、<math>x, y</math> の平均を通るようにしたもの である。</p>	

## ② 授業活動の実際



- ・「回帰直線」の名称は知らない生徒が多かったが、散布図に現れる直線の存在やその特徴（分布を近似する直線）は、ほとんどの生徒が知っていた。2乗の和に着目する、というアイデアは生徒の方から発言があり、生徒主体の流れを作ることができた。
- ・**2.** において、 $S$  が  $a, b$  の関数であること、さらに  $b$  の関数とみて式を整理することは、授業者主導で流れを作ったが、時間が許せば、生徒からアイデアを募る方がより望ましいだろう。
- ・**3.** において  $b$  の2次関数  $S$  の最小値を求める方法として、まず生徒から「平方完成すればよい」という意見が出たが、2次関数のグラフを書き、「極小値」という言葉を授業者が伝えたところ、すぐに生徒から「微分すればよい」という意見がでた。「微分法と積分法」を学んだ直後という影響も大きい。
- ・回帰直線が平均の点を通ることや、傾き  $a$  が分散や共分散で表されることに、生徒は素直に感動していた。
- ・平方完成という方針だけは確認し、実際の計算は、微分法を用いた簡便な方法を取ったことで、複雑な計算を多少は回避でき、生徒も微分法の有用性を実感していた。一方で、 $\Sigma$  や添え字が多く含まれている式の複雑さゆえに、計算についてこられなかった生徒も少なくなかったようだ。

## 5. 授業を振り返って

1 コマ (45分) の授業内に収めることを目標としたため、全体の流れは授業者主導で進めたが、目

標設定や式の解釈など、数学的な見方・考え方が必要となる場面では、生徒に考えさせる進めることができた。そのせいか、計算がメインかつ式が煩雑ではあったが、多くの生徒は、目標を見失わずに主体的に取り組むことができた。

最後におまけとして直線の式を相関係数  $r$  を用いて表したが、 $a = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$  と表せることから、 $S_x$ ,  $S_y$ ,  $r$  の値の変化に伴い傾き  $a$  がどのように変化するかを考えさせてもよいかもしれない。生徒が自力で導出するには煩雑であるが、 $\Sigma$  計算の復習をしながら、計算過程で統計量を表す式が出現し、数学の美しさを感じられる教材であったと改めて感じた。

### 【参考文献】

- ・ 数学 I， 数研出版 2022， p200
- ・ 最小二乗法と回帰直線/受験の月  
[https://examist.jp/mathematics/data/kaikityokusen/#google\\_vignette](https://examist.jp/mathematics/data/kaikityokusen/#google_vignette) (参照 2026-2-26)
- ・ 高校数学の美しい物語 最小二乗法 (直線) の簡単な説明  
<https://manabitimes.jp/math/942> (参照 2026-2-26)