2024 年度　実践報告書

テーマ：

小中高の視点から算数・数学の授業をつくる

～統計的問題解決力の育成に向けて～

2025 年　3 月

お茶の水女子大学附属学校園

連携研究「算数・数学部会」

はじめに

お茶の水女子大学の附属学校園と大学はすべてが同じキャンパス内にあることが大きな特色であり、大学ならびに各校種間での対面での連携事業が他の国立大学附属学校園より比較的容易である利点が挙げられます。しかし、それでも各校それぞれに校務や行事もあり、連携研究に関して、共通の時間帯を取ることは厳しいものがありました。これまで算数・数学部会では、毎月１回の頻度で各校の算数科・数学科の教員が集まり、各教員の授業実践や学習指導上の問題点など、様々な情報交換ならびに研究討議を行ってきました。今般の学習指導要領の改訂との関連もあり、算数・数学部会では、８年程前より統計教育に焦点を当てて、重点的に議論して参りました。途中、コロナ禍により、半年間程の一時休止を余儀なくされましたが、オンライン会議システムを活用してのミーティングの実施が図られ、これにより、必要に応じて対面開催を併用することで、よりフレキシブルな部会の開催が可能ともなりました。

小中高の校種間の接続を重視した新たな学習指導要領は、高等学校での学年進行が今年度で完了し完全実施を迎えました。かつて、中学校学習指導要領の数学科から一旦は消えてしまった統計の内容が次第に復活し、現行の高等学校学習指導要領の数学科では、「仮説検定の方法」を含むまでとなっています。これまでの初等中等教育における統計教育は学習指導要領には書かれていながら、実際は、実践的な学習活動を伴わずスルーされてきた過去もあります。しかし、今日では、データを活用し，意志決定につなげる統計教育の充実が真に求められています。また大学教育では、ＡＩ時代をむかえ、文系・理系に関わらず全ての学生が数理・データサイエンス教育の素養を身に付けることも求められています。

算数・数学部会では、これまで統計的問題解決の方法知，統計教育における批判的思考など探究的プロセスを通した統計教育の授業実践を試みてきました。しかし、統計を活用して問題解決をする際，単に数値のみに拠り、誤った判断や不適切な意思決定がなされる可能性もあります。児童生徒は、統計の長所や利便だけではなく，その短所や限界について理解しておく必要があるのではないかと考え、当部会では昨年度より，統計を正しく利活用できる児童生徒の育成に向けて「統計的内容の光と影」と題して討議を重ねてきました。今年度は、特に「光と影」について、その表裏の関係、授業への生かし方やその影響に焦点を当てた議論を行って参りました。

本報告書は、「統計的内容の光と影」に関して、今年度、算数・数学部会で実施した研究討議ならびに、関連した統計教育の授業実践の報告をまとめました。各校種において統計教育に携わる皆様方にご活用頂き、少しでもお役に立てば幸いです。

吉田　裕亮

共創工学部・文化情報工学科／理学部・情報科学科

目次

小学校３年生：棒グラフ

自分の主張を通すにはどのグラフがいいか

附属小学校　河合　紗由利

１．学習のねらい

同じ結果から作るグラフでも、形式の違いによって結果から受ける印象が変わることを体験させる。

図書委員の要請をもとに、データを収集する。複数の形式の棒グラフを提示し、自分が図書委員の一員になったと想像しながら、周りの人を説得するための棒グラフの表現を考えさせたい。

２．教材について

図書委員から、読み聞かせで読んでほしい本のアンケートをとってほしいという要望が学年の教員に届けられた。本の候補は「すてきな三にんぐみ」「キャベツくん」「これはのみのぴこ」（以下、それぞれの題名をA、B、Cの記載する。）の三冊である。

単元の第１時で収集したデータをまとめると表１のようになった。第２時では、この中から１組の行きたい人のデータを使って棒グラフの書き方を学習する。

第３時では、表１のように３学級全てのデータを示し、このデータをもとに自分が図書委員だったら、どの本を読むのか考えさせる。読みきかせに「行きたい」人と「行かない」人を分けてアンケートの集計を行ったことで、「行きたい」人のデータだけを使って考える子もいれば、全員分のデータを元に考える子もいるだろう。また、自分の学級のデータを重視する子や、どうにかして自分が選んだ本が選ばれるようにしようとする子もいるだろ。

第４時では、使うデータや縦軸の値を変えるなどした棒グラフを提示し、自分の考えを周りの人に伝えるために最も合った棒ググラフを考えさせる。

1組の読みきかせで読んでほしい本（人）

	A	B	C	合計
行きたい	0	4	12	16
行かない	3	9	3	15
合計	3	13	15	31

2組の読みきかせで読んでほしい本（人）

	A	B	C	合計
行きたい	8	3	11	22
行かない	4	2	2	8
合計	12	5	13	30

3組の読みきかせで読んでほしい本（人）

	A	B	C	合計
行きたい	2	8	14	24
行かない	5	1	1	7
合計	7	9	15	31

表１

３．育てたい力（資質・能力）

- ■ 目的に合った棒グラフの表現を考えることができる。
- ■ 棒グラフを見て、どのデータからできているか判断する。

４．学習の展開（全４回）

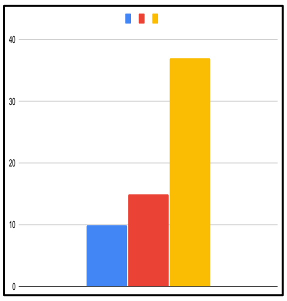
① 学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
【第１時】　学級でアンケートを実施し、その結果からどの本を読むと良いのか考える。	アンケートの目的を明確に示し、図書委員を意識させる。
【第２時】　学級のアンケート結果（読みきかせに行く人が読んでほしい本）を棒グラフで表現する。	縦軸のメモリが異なる２種類の棒グラフをかかせる。

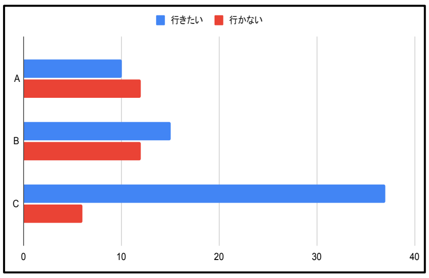
【第３時】　３学級のアンケート結果をもとに、自分が図書委員になったつもりでどの本を選ぶか考える。	一部のデータだけを使っても良いことを伝える。
【第４時】（本時） ３学級のデータをもとに作った棒グラフを見ながら、図書委員になったつもりで、どのグラフを使ったら周りの人を説得できるか考える。	棒グラフの形式に着目させ、どこが違っているの共有する。

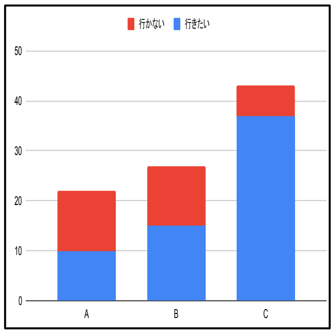
②　授業活動の実際（第４時の様子）

始めに、第３時で選んだ本とその本を選んだ理由を振り返った。ほとんどの子どもが、１学級のデータから決めるのではなく３学級分のデータをもとに選んでいた。その中でもＣを選んだ子どもが最も多く、理由は「『行きたい』人の中で１番多い」「合計（『行きたい』人『行かない』人を合わせて）で一番多い」の２つが挙げられた。Ｂを選ぶという子もいた。この理由は「行かない」人の中で１番多いのがＡとＢであり、次にＡとＢを「行きたい」人で比べるとＢが多いということであった。さらになぜこのように考えたのか問いかけると、「行かない」人の希望を重視することで読みきかせに参加する人が増えるのではないかと考えていることがわかった。



「行きたい」人のデータだけを使って作った棒グラフや、「行きたい」人と「行かない」人を別の棒にした棒グラフ、「行きたい」人と「行かない」人を積み重ねた棒グラフなど、さまざまな形式を提示した。棒グラフを使って表現することで、Ｃを選んだ子が多いことが強調されたのか、「行かない」人が選んだことを理由にしていた子どもたちが、Ｃを選んだ理由をもとに棒グラフの表現を考える子が出てきた。また、「行きたい」人と「行かない」人を合わせてＣが多いことを理由にＣを選んでいた子の中には、「行きたい」人と「行かない」人を積み重ねたグラフだと、「行かない」人があまりＣを選んでいないことがわかってしまうので、「行きたい」人のデータだけを使ったグラフの方がよいと考えた子がいた。





様々な理由があることを知ってから棒グラフを見たことで、理由に戻って考えることができた。また、棒グラフで表現されると数値で示されたときよりも強く印象に残ったようだった。

５．授業を振り返って

自分とは異なる理由を持つ子がいることを知ったことで、理由が違えば、選ぶ棒グラフが異なることを経験させることができたことは成果の一つであると考える。子どもたちは、すでに他教科の学習で棒グラフを見たことがあり、さまざまな形式があることはすでに知っていた。しかし、今回の実践で同じデータをもとにして作っていても、予想以上に形式を変えることができることに驚いていた。表のデータからグラフにするということは今後も大切にしていきたい。

同じデータを使って、縦軸のメモリの振り方が異なる棒グラフを見せたとき、それぞれの項目の値の違いがよりはっきりする方が良いと子どもたちは判断すると予想していたが、「５、１０、１５」のように区切りのよい数の方がよいと考える子がどのクラスにも一定数いたことが印象的だった。

小学校４年生：折れ線グラフ

地球は温暖化している？

附属小学校　久下谷　明

１．学習のねらい

「地球は温暖化している？」という問いに対して、温暖化していることを示すために必要なデータを考え、それをもとに説得力のある説明を考えることができる。

２．教材について

2023 年 7 月 27 日、国連のアントニオ・グテーレス事務総長は、世界平均気温が観測史上最高記録を大幅に更新したことについて、「地球沸騰化」という表現を用いてこの状況に警鐘を鳴らした。本実践は 2024 年５月末に実施したものであるが、この年も、５月の時点で東京は最高気温 29℃を観測しており、子どもたちはその暑さを実感している。このような状況において、本実践では、「地球温暖化」に着目し、「地球温暖化」について、自分たちが生活している東京の気温データをもとに考えていく。

具体的には、地球が温暖化していると思う理由について、経験などをもとに自由に語り、聴き合った後、「どのようなデータがあれば、温暖化していることが示せますか。」という問いに対して、必要なデータを考え、東京都の 140 年間（1884 年～2023 年）の気温のデータをもとに、説得力のある説明を考える活動に取り組む。

３．育てたい力（資質・能力）

■　目的に応じて必要なデータを考え、そのデータに対して様々な視点から考察する力。そして、データにもとづき、説得力のある説明を考えることができる力。

４．学習の展開（全５回）

① 学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
［第１時］ 地球温暖化について考える。また、どのようなデータがあれば、温暖化していることが示せるのかを考える。	地球温暖化の意味を確認するとともに、まずは、「地球温暖化していると思うか？そう感じることはあるか？」と問い、やりとりを通して地球温暖化について興味関心を持てるようにする。
［第２時］ 「地球温暖化はしている？」という問いに対して、東京都の140年間（1884年～2023年）の気温のデータをもとに考える。	東京都の140年間（1884年～2023年）の気温のデータを配付する。その際、平均については未習のため、平均気温、平均最高気温、平均最低気温の意味を説明する。また、データ量が多いため、まずは一人一人がじっくりデータに向き合えるように、その時間を十分にとる。その後は、ミニホワイトボードを配り、考えたことを共有しながら、グループでその考えをまとめていけるようにする。
［第３時］ 前時の続きを行い、各グループで考えたことをまとめ、授業の最後に報告する。	

［第４時］ 　前時の報告をもとに、考えたことをまとめる。	８グループのミニホワイトボードを写真に撮り、一覧にして配って、内容を確認できるようにする。内容の重なりを確認し、時に質問をし合いながら、学級全体で考えをまとめていくようにする。
［第５時］ 　PCを用いて東京都の140年間（1884年～2023年）の気温のデータを折れ線グラフに表し、軸の取り方によって、印象が変わることを実感する。	PCで折れ線グラフを作成できることを知るために、PCを通してデータを共有し、表計算ソフトで折れ線グラフを作成する。また、同じデータであっても、グラフの示し方によって、その印象が変わることに気付けるようにする。

②　授業活動の実際

［第１時］

　授業導入、黒板に“地球〇〇〇”と書き、「どのような言葉になると思う？」と問いかけ、漢字が入ることを伝えると、すぐに「地球温暖化」という言葉が出された。また、昨夏にニュースなどで話題となったこともあり、「地球沸騰化」という言葉も出された。その後、地球温暖化とはどのようなことかについて簡単に確認し、「地球温暖化という言葉をよく聞くけど、みんなは地球温暖化していると思う？そう感じることはある？」と問いかけた。子どもたちからは「北極の氷がとけてホッキョクグマが絶滅するって聞いたことがある」「５月で最高気温 29℃なんて地球温暖化だと思う」「本に暑すぎて人がいなくなるって書いてあった」「冬でも暖かい日があるから温暖化していると思う」「ドッヂボールをしていて、今年はとても汗かくなあって思う」といった意見が出された。そこで、テレビや本から知ることや実体験にもとづいた考えや感覚は大切であることを確認した上で、さらに次のように問うた。「どのようなデータがあれば、データをもとにして温暖化していることを示せますか。」それに対して、子どもからは、「10 年ぐらいのきまった月の温度（最高気温など）」「10 年前や 100 年前の気温と今の気温」「海水面の高さ」「北極の氷の量」といった意見が出された。

［第２時］

　前時の子どもたちの意見を受け、教師が用意できるものとして、右のような『東京都の 140 年間（1884 年～2023 年）の気温のデータ』を子どもたちに配付した。そして、「地球は温暖化している？」に対して、「データにもとづき、せっとく力のある説明を考えよう！」と伝え、まずは個々にデータと向き合い、自分の考えを記述する時間をとった。その後、グループでそれぞれの考えを共有しながら、さらにデータの分析に取り組んだ。

1884年～2023年の気温調べ（140年間：東京）

	年	平均気温(℃)	平均最高気温(℃)	平均最低気温(℃)
1	1884	12.9	23.3	3.2
2	1885	13.1	23.1	4.3
3	1886	13.9	25.3	4.9
4	1887	13.8	23.8	4.8
5	1888	13.5	23.7	4.3
6	1889	13.3	24.1	4.3
7	1890	15.0	26.3	5.1
8	1891	14.4	25.1	4.9
9	1892	14.0	25.1	4.5
10	1893	13.8	24.3	3.7
11	1894	14.8	25.3	5.9
12	1895	13.8	24.6	5.3
13	1896	14.0	24.9	4.7
14	1897	13.2	24.4	4.3
15	1898	14.0	24.8	5.7
16	1899	13.8	23.7	5.1
17	1900	13.6	25.3	4.9
18	1901	13.9	24.9	4.2
19	1902	13.7	24.8	4.5
20	1903	13.7	23.6	5.0
21	1904	13.7	24.5	4.7
22	1905	13.5	23.9	5.4
23	1906	13.1	24.1	4.5
24	1907	13.5	23.9	4.3
25	1908	13.2	24.4	4.5
26	1909	13.6	24.8	5.0
27	1910	13.5	24.0	4.8
28	1911	14.4	24.8	5.5
29	1912	13.9	25.4	4.7
30	1913	13.4	24.1	4.6
31	1914	14.7	25.5	5.2
32	1915	14.2	25.2	5.0
33	1916	14.5	25.8	5.3
34	1917	13.6	24.6	4.4
35	1918	13.8	24.7	4.8
36	1919	14.1	24.7	4.8
37	1920	14.2	24.3	6.2
38	1921	13.6	24.8	4.7
39	1922	14.4	26.1	5.2
40	1923	14.2	25.5	4.8
41	1924	14.0	25.0	5.1
42	1925	13.8	24.4	3.9
43	1926	13.6	24.8	3.7
44	1927	14.1	25.6	4.7
45	1928	14.1	25.2	4.9
46	1929	14.3	26.2	4.5
47	1930	14.8	25.3	6.1
48	1931	14.0	25.4	4.6
49	1932	14.6	25.1	5.7
50	1933	14.7	25.4	5.8
51	1934	13.9	25.0	4.8
52	1935	14.1	25.2	5.1
53	1936	14.1	25.5	4.4
54	1937	14.9	26.2	5.9
55	1938	14.5	25.1	5.4
56	1939	14.7	24.8	5.4
57	1940	14.8	26.2	5.6
58	1941	14.6	25.9	5.2
59	1942	15.0	26.0	5.4
60	1943	14.6	25.1	6.0
61	1944	14.2	25.0	5.8
62	1945	13.6	24.7	4.5
63	1946	14.9	26.6	6.0
64	1947	14.1	25.3	4.6
65	1948	15.2	25.7	6.5
66	1949	14.6	25.1	5.4
67	1950	15.1	26.4	6.4
68	1951	14.7	25.8	5.9
69	1952	14.6	25.3	6.3
70	1953	14.6	25.9	5.7
71	1954	14.8	25.4	6.7
72	1955	15.5	26.0	6.7
73	1956	14.7	26.3	5.6
74	1957	14.9	25.6	5.9
75	1958	15.2	26.6	5.6
76	1959	15.7	26.9	7.1
77	1960	15.4	26.6	6.0
78	1961	15.9	26.4	7.1
79	1962	15.4	26.3	6.4
80	1963	15.0	26.2	5.8
81	1964	15.3	25.4	7.0
82	1965	14.6	24.9	6.6
83	1966	15.5	25.8	6.8
84	1967	15.7	26.0	7.3
85	1968	15.6	24.7	8.1
86	1969	15.6	27.2	6.8
87	1970	15.2	25.8	6.6
88	1971	15.0	24.9	7.3
89	1972	15.7	25.3	7.6
90	1973	15.7	25.8	8.1
91	1974	15.2	24.9	7.5
92	1975	15.6	25.5	7.7
93	1976	15.0	25.3	6.1
94	1977	15.8	26.8	7.3
95	1978	16.1	25.3	8.4
96	1979	16.9	26.9	9.2
97	1980	15.4	25.5	7.6
98	1981	15.0	24.9	7.1
99	1982	16.0	25.1	8.3
100	1983	15.7	25.3	7.5
101	1984	14.9	25.8	7.1
102	1985	15.7	25.4	8.0
103	1986	15.2	24.5	7.7
104	1987	16.3	27.5	8.1
105	1988	15.4	25.6	8.0
106	1989	16.4	25.2	9.0
107	1990	17.0	27.1	9.5
108	1991	16.4	25.8	8.7
109	1992	16.0	25.9	8.0
110	1993	15.5	25.9	7.9
111	1994	16.9	26.2	8.9
112	1995	16.3	25.6	9.0
113	1996	15.8	27.5	8.0
114	1997	16.7	26.8	8.8
115	1998	16.7	27.6	8.5
116	1999	17.0	26.8	9.1
117	2000	16.9	26.2	9.5
118	2001	16.5	26.5	8.1
119	2002	16.7	26.6	9.3
120	2003	16.0	25.8	8.7
121	2004	17.3	28.0	8.7
122	2005	16.2	27.1	8.7
123	2006	16.4	26.3	9.1
124	2007	17.0	25.8	9.6
125	2008	16.4	25.4	8.8
126	2009	16.7	26.6	9.2
127	2010	16.9	27.7	8.5
128	2011	16.5	26.5	8.4
129	2012	16.3	25.4	8.9
130	2013	17.1	26.9	8.9
131	2014	16.6	26.4	9.1
132	2015	16.4	27.6	7.5
133	2016	16.4	27.6	8.1
134	2017	15.8	26.6	8.0
135	2018	16.8	27.8	7.7
136	2019	16.5	27.3	7.9
137	2020	16.5	26.7	8.3
138	2021	16.6	27.2	8.0
139	2022	16.4	27.3	8.0
140	2023	17.6	28.3	9.1

気象庁H.P.のデータをもとに作成した。
https://www.jma.go.jp/jma/index.html）

（　　）組（　　　）番

名前 ＿＿＿＿＿＿＿＿

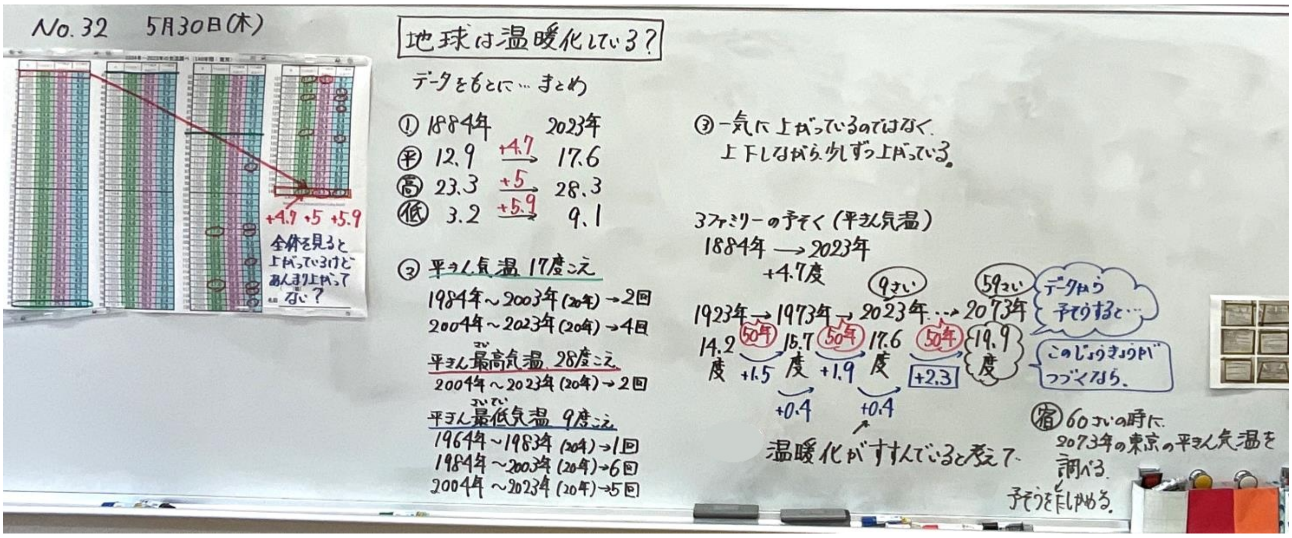
【図１】配付資料：東京都の 140 年間(1884 年～2023 年)の気温(平均気温,平均最高気温,平均最低気温)のデータ　＊気象庁の H.P.のデータをもとに授業者が作成

［第３時］

前時の続きとして、グループごとにデータの分析を行った。そして、自分たちの考えをミニホワイトボードにまとめ、授業の最後に全体で共有した。また、ミニホワイトボードの内容は写真に撮って記録し、次時の最初に配付して、改めて各グループの内容を確認できるようにもした。

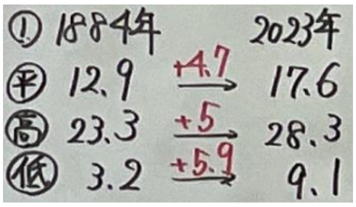
【写真１】グループで分析し、データから言えることをミニホワイトボードにまとめる様子

［第４時］



【写真２】第４時の板書記録

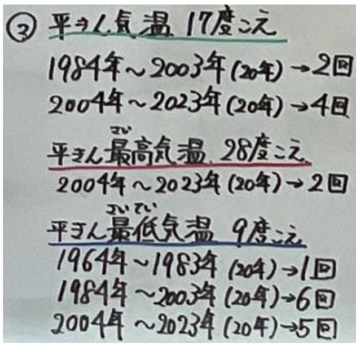
前時の最後に各グループの考えは共有したが、非常に短い時間で、報告のような形であったため、改めて、全体でまとめを行い、地球が温暖化していることの判断の根拠を共有していった。



【写真３】子どもの説明①

最初に、共有されたのが、多くのグループが挙げていた、1884年から2023年への140年間の気温の変化である【写真３】。地球温暖化していることの理由として、平均気温が＋4.7℃、平均最高気温が＋５℃、平均最低気温が＋5.9℃になっていることが挙げられた。

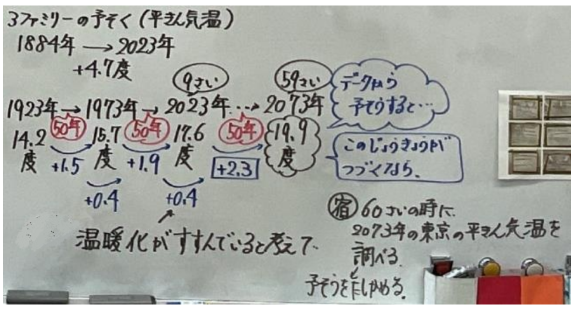
次に共有されたのが、140年間を20年間ずつ区切り、その区間で、基準として設定した気温を超える回数が何回あるかで判断する方法である。例えば、平均気温が17度を超える年を調べると、1983年以前にはなく、1984年～2003年で２回、2004年～2023年で４回あり、そこから、地球温暖化が進んでいると説明した【写真４】。



【写真４】子どもの説明②

そして、最初の共有した考えに対して、「それぞれの気温は一気に上がっているのではなく、上下しながら少しずつ上がってる」ことが指摘された。

また、過去140年間のデータから、未来のことを予測するグループもあった【写真５】。1923年、1973年、2023年の平均気温をもとに、50年ごとに平均気温が＋1.5℃、＋1.9℃と上昇しているに着目し、“温暖化がすすんでいると考えて”上昇具合が＋0.4となると考えた。2023年



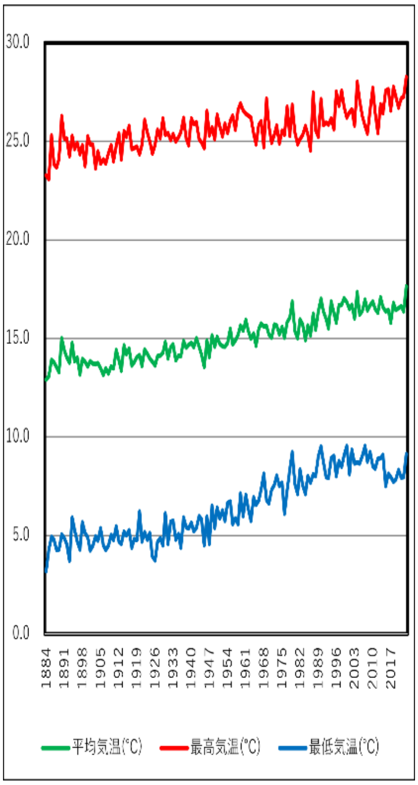
【写真５】子どもの説明③

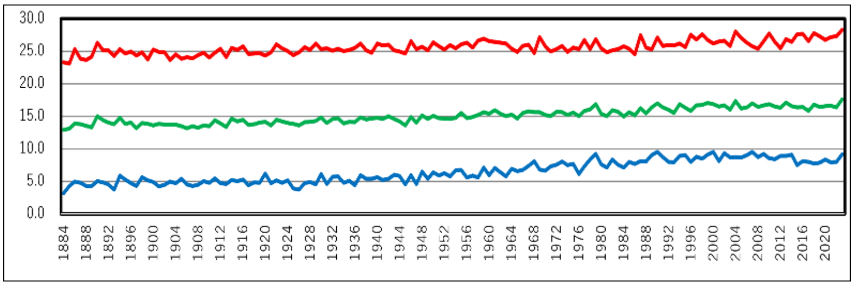
から50年後の2073年（子どもたちが59歳の年）は、＋1.9℃＋0.4℃で2.3℃上昇すると考え、“この状況が続くなら”2023年の17.6℃から2.3℃上昇して、平均気温は19.9℃になるのではないかと予想した。

［第５時］

第５時では、図１のデータを子どもたちと PC を通して共有し、PC の表計算ソフトを用いて折れ線グラフを作成する活動に取り組んだ。

作成の仕方で困っている子は、作成ができた子にききながら、学級の全員がPC の表計算ソフトで図２のような折れ線グラフを作成できるようにした。その後、図２のように、作成した折れ線グラフを縦にのばしたり、横にのばしたりしながら、それによる折れ線グラフから受け取る印象の違いを確認し、同じデータであっても、グラフの示し方（例えば１めもりの幅の違い）によって、受け取る側の印象が変わってしまうことを確認した。





【図２】東京都の 140 年間(1884 年～2023 年)の気温(平均気温,平均最高気温,平均最低気温)のデータを
表計算ソフトを用いて折れ線グラフに表したもの

５．授業を振り返って

本実践で取り上げた地球温暖化は社会的な問題であり、かつ子どもたちにとっても身近に感じることができる問題でもある。その地球温暖化（地球は温暖化していること）について、日々の生活の中で“感じること”からだけでなく、“データにもとづき、説得力のある説明を考える”ことを大切にし、活動を進めた。そして、そのためには必要なデータは何かを考えることを大切にした。一方で、統計的探究プロセスや４年生という学習段階を考えた際に、データの収集も４年生の子どもたちがすべきとも考えた。しかしながら、地球温暖化に対して扱うデータ数が大きいことなどから、データの収集自体は教師の方で行った。データの収集や統計的探究プロセスの２周目へといったことを考えるのであれば、題材自体や展開を再考する必要もある。

また、「統計的な内容の『光』と『影』」（お茶の水女子大学附属学校園連携研究　算数・数学部会）において、折れ線グラフの光の部分（よさ）として、「縦軸のめもりのとり方を工夫することによって変化の仕方を強調することができる」ことを、影の部分（注意点）として「縦軸のめもりのとり方（省略記号を使うかどうか）によって，変化の仕方（傾き）が変わる。作成する側の意図によって，印象が変わる」ことを挙げている。〔第５時〕において、PC の表計算ソフトを用いて折れ線グラフをつくり、それを縦や横に自由にのばして、グラフから受け取る印象の違いを実感したことは、折れ線グラフが持つ「光」と「影」を子ども自身が知り、意識していくことにつながったのではないかと考えている。

【参考・引用】
・お茶の水女子大学附属学校園連携研究　算数・数学部会「統計的な内容の『光』と『影』」
・国際連合広報センター https://www.unic.or.jp/news_press/messages_speeches/sg/49287/ （参照 2024-05-06）
・国土交通省　気象庁 https://www.jma.go.jp/jma/index.html （参照 2024-05-06）

小学校６年生：データの活用

ペットボトルキャップは何個集まったかな？

附属小学校　岡田　紘子

１．学習のねらい

ペットボトルキャップの個数を求める過程を通じて、日常生活で直面する課題を数理的に捉え、条件や仮定を基にした比例関係を用いたり、測定データの誤差やばらつきを考慮したりして考察することができる。

２．教材について

（１）比例を現実事象で考える際の理論と現実のギャップ

本単元では、重さにばらつきのあるペットボトルキャップを題材とした。厳密には比例していないキャップの重さと個数を比例とみなして問題を解決する。

これまでの学習では、実際には比例していない場面でも、仮定に基づいて比例していると考えることで問題解決を行ってきた。例えば、速さを一定と仮定したり、オレンジ１個から絞れるジュースの量を平均値で仮定したりすることで、２つの量の比例関係を認めてきた。平均を用いて全てを同じと仮定することで、個々の違いを考慮せずに理想化して考えることができる。これは理論的な理解を深めるのに有効だが、現実のばらつきを考慮しないため、実際のデータとは異なることがある。一方、実際のデータを使って比例しているかどうか確認する場合は、現実の重さのばらつきを考慮して比例関係とみなすことが必要である。

仮定に基づいて比例していると考える場合と、実際のデータを使って比例しているかどうか確認する場合には、理論と現実の違いのギャップがある。仮定に基づいて比例していると考える場合は、単純化して問題を解決できるが、実際のデータには、ばらつきや誤差が含まれる。誤差を理解し、許容範囲を考慮することも現実の事象を数学化する際に必要なことである。これらのことに慣れていない子どもたちは、抵抗を感じるかもしれない。本単元での難しさは、実際のデータを使って比例関係を確認し、厳密には比例していないことを認識しながらも全体の傾向を把握し、比例とみなして扱えるかどうかを判断することである。子どもたちがこれまで学習してきた比例の理解と、今回のデータを分析した際に生じたずれを検討しながら、比例とはどのようなものかを再認識する場を作りたい。

（２）散らばりや測定誤差のあるデータの処理

２月から、５、６年生のSDGs実行委員会が中心となって、ペットボトルのキャップを収集する活動が始まった。この活動では、収集したキャップを使ってキャップアートを作成し、SDGsについて考えるきっかけを作ることを目指している。また、残りのキャップは資源としてリサイクルする計画だ。

全校に向けて、３月末に集まったキャップの個数を伝えたいが、どうしたらよいか子どもたちに投げかけた。

本単元の課題は、「たくさん集まったキャップの数を簡単に求める方法を考えること」である。ペットボトルキャップの重さは個数に比例していると仮定すれば、個数を推測することができる。しかし、実際にはキャップの重さは均一ではないため、「個数が２倍、３倍の時、重さも大体２倍、３倍になる」とみなす必要がある。実際に重さをはかって確認し、「小さいずれだから、比例と考えても大きな問題はなさそうだ」と確認することも、比例とみなして考えるために必要な過程である。

比例とみなし、1個あたりの重さ（比例定数）がわかれば、全体の個数も推測できる。そして、1個の重さが均一でないからこそ、1個の重さを約何gにすると妥当かを考える必要がある。例えば、10個のキャップの重さを測定し、その平均を基準とするなど、複数のキャップの重さを測定し、その平

均値を出すことが考えられる。また、キャップのサンプル数を増やして平均を求めれば、統計的により正確な重さの平均が求められる。多くのサンプルを測定し平均を求めることで、個々のキャップの重さのばらつきが平均値に与える影響を減らすことができることを、実際に計測してみることで実感をもてるようにしたい。

３．育てたい力（資質・能力）

■　条件や仮定を整理し、それをもとにデータを分析する力

■　誤差やばらつきを考慮して、筋道を立てて問題を解決する力

４．学習の展開（全７回）

①　学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
［第１時］ 大量にあるペットボトルキャップの総数を求める方法について考える。また、必要な条件や仮定について整理する。	・子どもたちに「大量のペットボトルキャップの総数をどうやって求めるか」投げかけ、興味や関心を引き出す。答えを急がせず、自由なアイデアを出させる場を作る。 ・「何を調べれば個数がわかるか」問い、伴って変わる数量を見つけさせる。 ・はかりの最小表示が１ｇであり、小数点以下は四捨五入されているため、測定誤差がでることを確認する。 ・２ｇだったら、実際の重さは1.5ｇから2.4ｇまで考えられることを確認する。
［第２時］ ペットボトルキャップの重さは個数に比例しているか実測して確かめる。	・実際に重さを実測し、表やグラフにまとめて、気づいたことを発表させる。 ・比例しているとは認めていない子どもがいたら、その意見も取り上げ、検討する。
［第３時］ グループごとに平均を用いて1個あたりの重さを求める。	・各グループごとに、似ている考え、違いなどを比較していく。平均を用いる時の条件について話題にする。
［第４、５、６時］ 各グループでどのように１個あたりの重さを求めたか聞き合い、よりよい求め方を検討する。	・８グループの考えを提示し比較させ検討する。検討する中で、平均を用いる場合の条件を確認していく。
［第７時］ 100個の重さを複数回計測して全体の重さの傾向を調べ、求めた１個当たりの重さがどれくらい精度が高いか確かめる。	・100個のペットボトルキャップの重さを複数回測定し、得られたデータを柱状グラフとして視覚化する。その後、中央値、平均値、最頻値を求め、自分たちで計算した1個あたりの重さと比較する。

②　授業活動の実際

［第１時］

SDGs 実行委員会が中心となって集めているペットボトルキャップの個数を「みなさんのおかげで約□個のキャップが集まりました！」と全校に知らせるために、総数をどのように調べればよいか子どもたちに問いかけた。全体の個数を調べるために必要な情報をたずねたところ、「10 個の重さ」「全

体の重さ」といった意見が出された。さらに、なぜそれが必要なのかを問うと、個数と重さの関係に注目し、比例していると仮定する考えが示された。子どもたちは「キャップの個数と重さが比例していると仮定すればよい」「比例していると信じる」「比例していると考える」といった意見を述べ、この仮定が問題解決の出発点になることを確認した。

具体例として、「1 個のキャップが 2g の場合、キャップの個数が 5 倍になると重さも 5 倍の 10g になるので、比例していると考えてよいのではないか」という発言も出された。ここで、「本当にキャップの個数と重さは比例しているのか？」と問うた。これに対し「すべてのキャップの重さが同じでないと比例しているとは言えないのでは」「コーヒーのキャップは重いが、お茶や水のキャップは軽そう」といった具体的な意見が出されキャップの形状や材質による重さの違いに気付く場面があった。

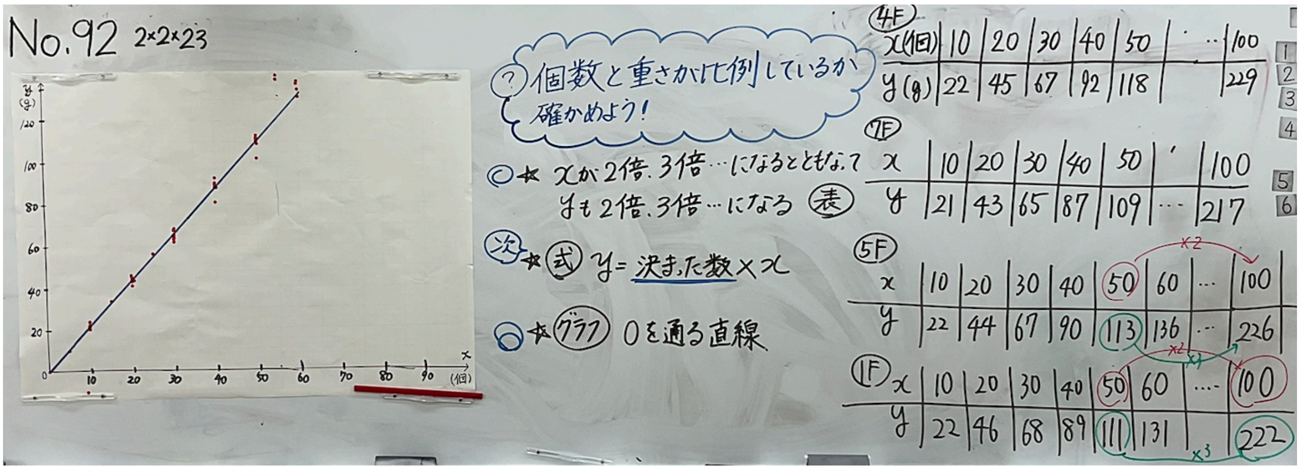
また、「それほど大きな差はないのと思う」「平均を出せばよいのではないか」といった重さの散らばりに目を向ける発言もあった。実際に電子ばかりを用いてキャップの重さを測定したところ、3g や 2g とばらつきがあることがわかった。また、はかりの最小表示が 1g であり、小数第 1 位が四捨五入されることを教師が説明した。ここで T 児は、「1 個の重さを 2g と仮定すると、600g÷2g で 300 個、3g だと仮定すると 600g÷3g で 200 個だから、600g なら 200 個から 300 個の間ぐらいではないか」と発言した。また、「2g と 3g の平均を取って 2.5g とすればいいのでは」と、1 個あたりの重さの平均について考える意見も出された。

さらに、正確な重さや個数を知ることが難しいことから、「約□個というのはどこまで詳しくするべきか」という議論も生まれた。「100 個違ってもいい」という意見や、「100 の差でも、200 個と 100 個の場合の差と 10100 個と 10000 個の場合の差では見方が異なる」といった総体的な個数の誤差を捉えようとする発言が出た。

また、重さではなく、キャップを並べたときの長さと個数の比例関係に注目するという新たな視点も提示された。

最後に、「キャップの個数と重さが比例しているというにはどうなっていればいいの？」と問い、「個数を x 個、重さを y g とした時、x が 2 倍、3 倍…になると y も同じように 2 倍、3 倍…になること」が比例の条件であることを確認した。そして、「個数と重さは比例している」「比例していない」「比例しているかわからない」のいずれかを自分の考えとしてノートにまとめ、この時間の活動を終えた。

［第２時］



【写真１】第２時の板書記録

各グループにペットボトルキャップと電子はかりを配布し、キャップの重さを測定してデータを集める活動を行った。子どもたちは、重さと個数が比例関係にあるかを調べるため、測定結果を表やグラフにまとめた。そして、個数が 2 倍、3 倍…になると重さも大体 2 倍、3 倍…となることや、グラフに表してみると、ほぼ 0 を通る直線上に並んでいることを確認した。これらの結果から「大体比例していると言ってよいだろう」と結論づける姿が見られた。また、前時に「比例していない」と考えていた子どもたちも、この活動を通じて「比例していると言えそうだ」と考えを変える様子が見られた。

［第３時］

前時の活動を受けて、重さと個数が比例している場合の式について考える時間を設けた。「比例しているときの式はどうなるか」という問いから始まり、「y＝決まった数×x」、つまり「重さ＝1 個の重さ×個数」という式で表せることを確認した。そこで、決まった数（比例定数）を「1 個あたりの平均の重さ」として、最適な値はどれくらいになるかを考える活動を行った。

「よりよい 1 個あたりの重さ」を求めるという問いに対して、子どもたちは「よりよい」の基準とは何かを疑問視し、「精度」を意識した議論を進めた。「だいぶ本物に近い」「的の中心に当たるような感じ」「プラレールよりも N ゲージのような正確さ」といった具体例が挙げられ、より正確な平均値を求めるどはどのようなものかが確認された。

しかし、実際には重さにはばらつきがあることと、はかりの仕様（小数点以下は四捨五入される）によって正確な数値を出すことは難しいことも共有された。そのため、可能な限り「真の平均」に近い値を求める方法について考える活動を進めた。各グループは様々な方法で 1 個あたりの平均値を導き出す取り組みを行った。

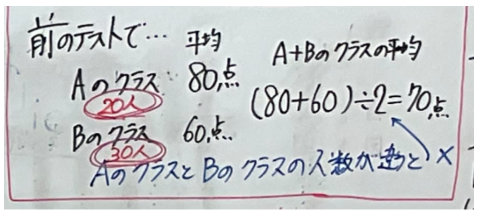
【写真２】キャップの重さの平均を出す様子

［第４、５時］

各グループでペットボトルキャップの 1 個あたりの平均の重さとその求め方を共有し、大きく 5 つの方法が挙げられた。

A：10 個の重さを複数回測定し、その平均をさらに平均する方法。
B：10 個、20 個、30 個…100 個と異なる個数の重さを測定し、それぞれ 1 個あたりの平均を出し、その平均をさらに平均する方法。
C：100 個の重さを複数回測定し、その平均をさらに平均する方法。
D：1 個ずつ 100 個の重さを複数回測定し、それらの平均をさらに平均する方法。

それぞれの方法が正確かどうかを検討する中で、母数が一定の方法（A、C、D）と、母数が変動する方法（B）の違いが議論の中心となった。特に A と B を比較し、どちらが適切か問うた際、意見は A も B もあっているという意見と、A だけあっているという意見に分かれた。S 児は、B の方法について「（A の場合は）ぜんぶ 10 個なんだけど、B の場合は 10 個、20 個、30 個とかって、最初の基準が変わってしまっているから」と主張し、具体例として以下の説明を行った。【写真３】



【写真３】S 児の考え

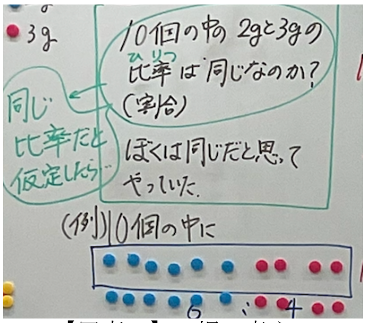
S 児：「A のクラスは平均が 80 点で、B のクラスが 75 点だとする。これをそれでその 2 つのこれ平均ね、ちょうどそれでこの 2 つを足してこの 2 つのクラスの平均を出すのはいいのかみたいな。」

この説明により、「条件が違う」という考えが多くの子どもに共有された。

一方で、K 児は終始「10 個中の 2g と 3g の比率が同じである」と仮定して考えており、具体例を挙げて反論した。【写真４】

そして、もし 10 個で 2g と 3g の割合が 6：4 なら、20 個でも 12：8 となり、もとの個数が違っていても平均は変わらないことを説明した。

また、ST 児は 10 個の平均と 100 個の平均では正確さが異なり、「100 個の平均の方が信頼性が高い。正確さが違うデータを単純に平均するのはおかしい」ということに気づき、正確性への視点を示した。



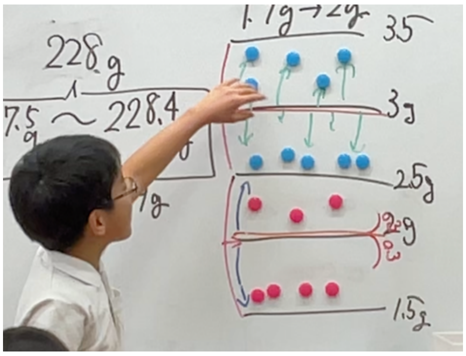
【写真４】K 児の考え

これらの議論を通じて、子どもたちが「キャップの散らばりの均質性」に対する異なる仮定をもっていることが明らかになった。授業者は、キャップを混ぜて均質化を図る試みが完全な精度を保証するものではないことを確認し、授業者自身も、議論の中で子どもたちがそれぞれ異なる視点や仮定に基づいて考えていたことに気付かされた。

［第６時］

C（100 個の重さを複数回測定し、平均をさらに平均する方法）と D（1 個ずつ 100 個の重さを 3 回測定し、それらの平均をさらに平均する方法）を比較した。両方とも「100 個の平均の平均を求める」という点では共通しているが、重さの測定方法が異なる点が議論された。

D の方法を選んだグループは、「1 個ずつ測定したほうが正確な値が得られる」と説明したが、多くの意見では、「C の方法のほうが、一度に 100 個を測定するため精度が高い」と考えられた。議論を進めるため、100 個ではなく 10 個で考えることになった。

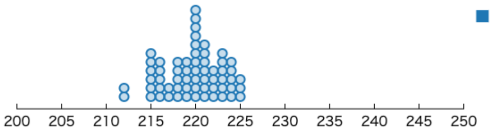


【写真５】T 児の説明

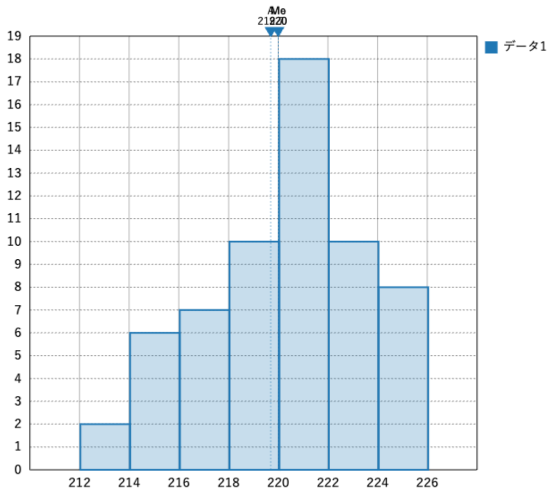
T 児は図を使いながら次のように説明した。【写真５】「2g 表示されても、2g より 0.4g 少なかったり 0.4g 多かったりする。3g 表示されても、3g より 0.3g 少なかったり 0.2g 多かったりする。この差が（図の 2g と 3g の差を指しながら）たくさん出るから、何回もはかると差が大きくなる。」この説明の際、教師は T 児が用いた図を活用し、以前学習したドットプロットとの関連性を補足することで、データの分布や誤差の影響について子どもたちの理解を深めていった。

［第７時］

前時までの活動で、1 個あたりの平均の重さを約 2.2g と仮定した。この値の精度を確認するために、実際に 100 個の重さを複数回測定し、220g にどれほど近いかを確かめる活動を行った。子どもたちはグループに分かれて何度も 100 個の重さを測定し、データを収集した。収集したデータはトットプロット、ヒストグラムに、度数分布表に表し、中央値、平均値、最頻値と比較した【図１】。その結果、中央値は 220g、最頻値も 220g、平均値は 219.7g となり、1 個あたりの重さを 2.2g とした仮定が非常に精度の高い値であることが明らかになった。子どもたちは、「220g にとても近くてよい結果でよかった」と述べ、自分たちで求めた 1 個あたりの重さの正確さを実感する場面が見られた。



	平均値 A	中央値 Me	最頻値(値) Mo
データ1	219.7	220	220



階級 以上 ～ 未満	データ1 度数
212 ～ 214	2
214 ～ 216	6
216 ～ 218	7
218 ～ 220	10
220 ～ 222	18
222 ～ 224	10
224 ～ 226	8
合計	61

【図１】100 個の重さの複数のデータをドットプロットとヒストグラムと度数分布表に表したものと、平均値、中央値、最頻値

授業後、実際に全体の重さをはかり、2.2g で割ったところ、15982 個と計算され、約 16000 個集まったことをポスターで全校に伝えることができた。

５．授業を振り返って

第 5 時の学習感想では、MS 児が「A と B の考えが異なるのは、それぞれ仮定した前提が揃っていないためだと思う。それぞれの前提や仮定を確認することが大切だ」とノートに書いており、第 6 時の初めに全体で共有した。前提を確認することは、統計的な学びにおいて重要であり、「データを収集したり分析したりする際には、前提や条件をしっかり共有すること」の大切さを子どもたちが理解するきっかけとなったと考える。また、100 個の重さのデータを集め、ヒストグラムや平均値、中央値、最頻値などの統計的指標を用いながら、自分たちが求めた値の正確さを確認することができた。これにより、子どもたちはデータが表す意味や算数の有用性を直感的に味わうことができたと考える。特に

第 7 時では、仮定した 1 個あたりの平均値 2.2g の精度を検証する中で、収集したデータを視覚化し、その傾向や誤差を考察するプロセスを経験することができた。これらの学習を通して、子どもたちはデータのばらつきや散らばりを感覚的に捉えながら、問題解決の際に前提や仮定を吟味することの重要性を実感することができたと考える。

一方で、いくつかの課題も挙げられる。例えば、比例関係の妥当性やその限界について、十分に深掘りできていなかった。キャップの重さの散らばりや測定誤差が比例関係に与える影響をより具体的に議論する時間があれば、仮定の重要性やその適用範囲について、さらに深い考察が可能だったかもしれない。また、測定方法の正確性を議論する際に、「精度」や「正確さ」といった概念を明確に定義し、統一基準を共有していれば、議論がより整理され、納得感が深まっただろう。

本実践を通して、比例の考え方とデータ活用という 2 つの異なる領域を横断的に扱い、数学的モデル化の意識を育むことができた。具体的なデータに基づいて推測や検証を行う活動は、子どもたちが算数を生活や社会の中で活用する力を育む基盤となるだろう。

【参考・引用】

・清野辰彦（2018）「現実の世界」と「数学の世界」を繋ぐ見方に関する一考察（日本数学教育学会第６回春季研究大会論文集６,pp.179-184）
・清野辰彦（2015）「仮定の意識化」を重視した数学的モデル化の学習指導−「比例とみなす」見方に焦点をあてて−（日本数学教育学会誌数学教育学論究臨時増刊第 97 巻,pp.105-112）
・西村圭一ほか(2009)「ESD 教材活用ガイド 持続可能な未来への希望」(財団法人ユネスコ・アジア文化センター.pp26-31)

中学校１年生：単元名　データの活用

根拠をあきらかにして説明する

附属中学校　大塚　みずほ

１．学習のねらい

本時は、単元「データの活用」（全 14 時間）の導入にあたる、第１時から第４時に行った実践である。平成 29 年告示の学習指導要領から、生徒は、小学校ですでに代表値を用いた比較や、度数分布表や柱状グラフ（ヒストグラム）を用いたデータの分析を学習してきている。昨年度（2023 年度）の実践では、以前の学習指導要領とほぼ同様に

①データの収集と整理（ルーラーキャッチの実験でデータ収集、必要な用語等の学習）
②根拠を明らかにした説明（代表値等に注目した説明を行う活動）
③目的に応じたグラフの作成・分析・共有（生徒一人一人がデータを作成・分析する活動）
④ことがらの起こりやすさ

の順で学習を進めてきた。その際、①の段階で小学校の知識をより生かした学習が必要であると感じた。そこで、今年度は、②を単元のはじめに行い、小学校で学習した内容をもとにしながら、中学校の内容につなげていこうと考えた。

２．教材について

本実践では、まずは、以前の実践でも用いた「『クラスごとの図書室の本を借りた冊数』からどちらのクラスがより借りているといえるか説明する問題」と「『ランチのハンバーグの量』の適正量を決める問題」を扱った。そこでは、どのような代表値をどのような場面で用いるのか、説明の際にはどのような表現に気を付けたらよいか確認した。

次に、本校が使用している教科書にある「ルーラーキャッチの実験」を行い、生徒自身がそのデータの整理と分析を行ったうえで、中学校での学習内容につなげていった。

３．育てたい力（資質・能力）

- ■ 目的に応じてデータを収集して分析し、そのデータの分布の傾向を読み取り、批判的に考察し判断すること。（思考力、判断力、表現力等：D（１）イ（ア））

４．学習の展開（全４回）

① 学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
［第１時］ ・「『クラスごとの図書室の本を借りた冊数』からどちらのクラスがより借りているといえるか説明する問題」に取り組み、自分の考えをロイロノートで提出する。 ・提出されたものを見合いながら、代表値（平均値、中央値、最頻値）について確認する。	・小学校の時にどのような値に注目したかを思い出させる。 ・データを分析する目的に注目して、どの代表値を用いるのが適当か考えさせる。

［第２時］ ・「『ランチのハンバーグの量』の適正量を決める問題」に取り組み、自分の考えをロイロノートで提出する。 ・度数分布表をもとに、用語の確認と、度数分布表から平均値を求める方法を確認する。	・「より多くの人が満足する」「食品のあまりが出ない方がよい」などの条件もイメージさせる。
［第３時］ ・ルーラーキャッチを行い、データを収集する。 ・個人の記録を、Googleフォームで報告する。その際、追加アンケート「１週間の中で定期的に運動しているかどうか」にも答える。	・１人５回ルーラーキャッチを行い、そのうち１番よい記録と１番悪い記録を除いた３回分の記録の平均値を各個人の記録とする。
［第４時］ ・１週間の中で定期的に「運動をしている人」と「運動していない人」の２つの集団について、ルーラーキャッチのデータの傾向を分析を行う。 ・分析を取りまとめたもの（プリントの写真など）はロイロノートで提出する。	・第１時、第２時で確認したデータの分析方法をふまえて分析するように促す。 ・生徒の必要に応じて、電卓やWebツール（Googleスプレッドシート等）を自由に用いてもよいものとする。

（その後の授業展開）

［第５時］データを並べて比較する（ヒストグラムを「同じ条件」で比べる）

［第６時］データを重ねて比較する（度数折れ線）

［第７時］データを割合で比較する（相対度数）

［第８時］データを今までの積み重ねで比較する（累積度数、累積相対度数）

［第９～11時］統計アプリを用いて、目的に応じたグラフを作成する

［第12～14時］ことがらの起こりやすさ（実験、データをもとに未来を予想する）

② 授業活動の実際

（1）第１時

問題１

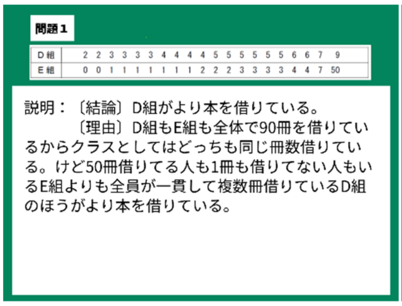
次の表は、D 組と E 組の生徒（各学級全 20 人）が、ある期間に図書室から借りた本の冊数を、借りた数が少ない順に並べたものです。図書委員会では、みんなの意識向上を目指し、どのクラスがよく借りているかどうかを公表しようとしています。どちらのクラスが「より借りている」とした方がよいでしょうか。根拠をあきらかにして説明しなさい。（　～である。なぜなら～　）

D 組	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	7	9
E 組	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	7	50

図１：「問題１」のプリント

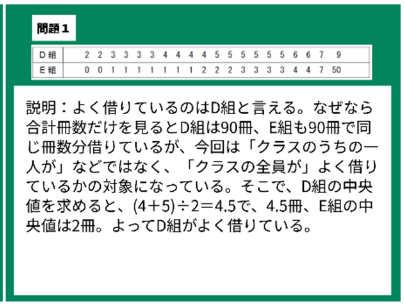
問題１では、「『クラスごとの図書室の本を借りた冊数』からどちらのクラスがより借りているといえるか説明する問題」に取り組み、自分の考えをロイロノートで提出する活動を行った。

活動では、「よく借りている」ということを、クラスごとの借りた本の合計冊数や平均値で比べようとする生徒が多く見られた。しかし、すぐに合計冊数が同じであることと、１ 人だけとび抜けて借りた本の冊数が多い生徒がい


問題１

D組	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	7	9
E組	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	7	50

説明：〔結論〕D組がより本を借りている。
〔理由〕D組もE組も全体で90冊を借りているからクラスとしてはどっちも同じ冊数借りている。けど50冊借りてる人も1冊も借りてない人もいるE組よりも全員が一貫して複数冊借りているD組のほうがより本を借りている。


問題１

D組	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6	7	9
E組	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	7	50

説明：よく借りているのはD組と言える。なぜなら合計冊数だけを見るとD組は90冊、E組も90冊で同じ冊数分借りているが、今回は「クラスのうちの一人が」などではなく、「クラスの全員が」よく借りているかの対象になっている。そこで、D組の中央値を求めると、(4+5)÷2=4.5で、4.5冊、E組の中央値は2冊。よってD組がよく借りている。

図２（左），図３（右）：「問題１」で提出されたカード

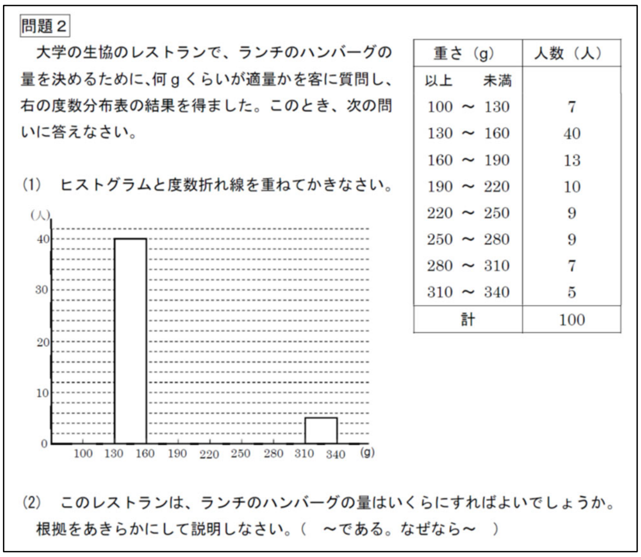
ることに気づいたことから、「今回の目的に照らし合わせるとどのような結論になりそうか？」と問いかけた。そのうえで、全員がまんべんなく借りているＤ組が「より借りている」と考えられということ、その根拠としては、中央値や最頻値の方が適しているということ、平均値はかけ離れている値（外れ値）の影響を受けやすいことを確認した。

生徒は、３つの代表値については問題なく使いこなしている様子が見られた。一方で、平均値以外の２つの数値については、比較の対象とはしていても、そのデータ全体の特徴を代表する値という意識は低いように感じられた。

（2）第２時

問題２では、「『ランチのハンバーグの量』の適正量を決める問題」に取り組み、自分の考えをロイロノートで提出する活動を行った。

この活動では、最頻値や中央値が入る階級を根拠に説明する生徒が見られた。「より多くの人に買ってもらうためには、より多くの人が選んでいる量（130g 以上 160g 未満）にするのがよい」という意見が多かったが、「もっと多くの量を食べたいという人にも対応したほうがよい」という意見も比較的多く、そのような生徒は中央値である 50 番目と 51 番目の人が入っている階級（160g 以上 190g 未満）に着目していた。中には度数分布表から平均値を求めた生徒もおり、その方法を全クラスで共有した。



問題２

大学の生協のレストランで、ランチのハンバーグの量を決めるために、何ｇくらいが適量かを客に質問し、右の度数分布表の結果を得ました。このとき、次の問いに答えなさい。

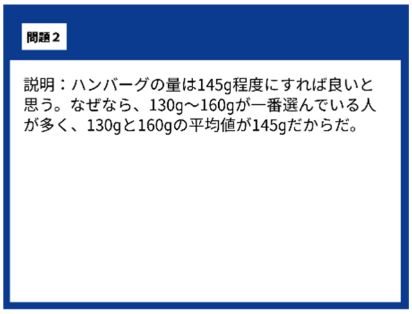
重さ（g）	人数（人）
以上　　未満	
100 ～ 130	7
130 ～ 160	40
160 ～ 190	13
190 ～ 220	10
220 ～ 250	9
250 ～ 280	9
280 ～ 310	7
310 ～ 340	5
計	100

(1)　ヒストグラムと度数折れ線を重ねてかきなさい。

(2)　このレストランは、ランチのハンバーグの量はいくらにすればよいでしょうか。根拠をあきらかにして説明しなさい。（　～である。なぜなら～　）

図４：「問題２」のプリント

第２時では、教科書を開いて用語の確認も行った。その際、多くの生徒が「階級」や「階級の幅」「度数」といった用語を知ってはいるものの具体的に説明できない様子が見られた。また、あらたに「階級値」という用語がでてきて、代表値と混乱している生徒もいるようだった。



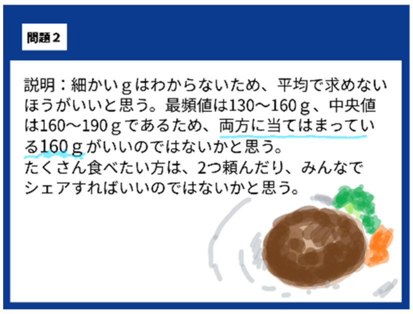


図５（上），図６（下）：
「問題２」で提出されたカード

中学校の教科書は小学校の教科書以上に用語を多用して説明が行われている。例えば、教科書に「度数分布表では、度数のもっとも多い階級の階級値を最頻値とする。」という説明があるが、この文章についとも「度数のもっとも多い階級」とはどこのことか、その「階級値」とは何を指すのか、一つ一つかみ砕いて説明が必要であった。

また、度数分布表でも、小学校では**問題２**と同様に表のタイトルが「重さ」「人数」など、何についての数量かわかりやすいことが多いが、中学校ではどのような場面の度数分布表であっても「階級」「度数」が表のタイトルとなっていることがほとんどである。教科書を確認している中で、同じ「階級」「度数」が表のタイトルとなっているのに度数分布表ごとに単位が異なるなどの点で、表の読み取りに難しさを感じている生徒もみられた。

（3）第３時・第４時

第３時には、反射神経のよさを反応時間で比較することを目的として、教科書の題材にもなっている「ルーラーキャッチ」実験を行った。また、定規を早くつかめた人（短い長さの人）の方が反応時間が短いといえることも確認した。

実験の結果は、Google フォームで集約し、その際に「１週間の中で定期的に運動をしているか、運動をしていないか」のアンケートを行った。その結果をもとに、第４時では次の課題を出した。

> １週間の中で「定期的に運動をしている人」と「定期的に運動していない人」のデータの傾向について、<u>相違点や共通点を多角的に読み取ろう。</u>

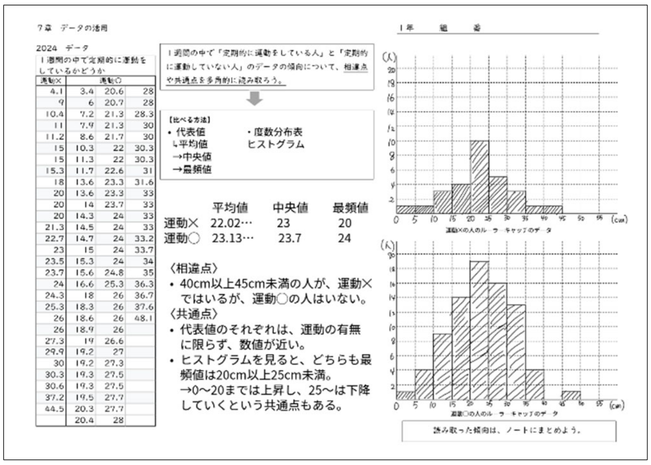
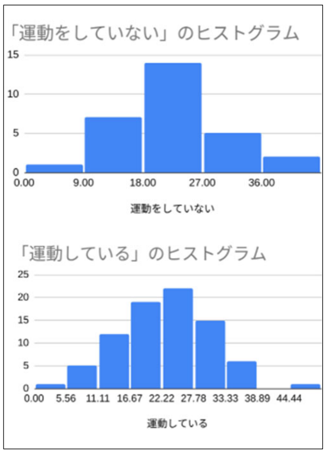


図７：分析結果を取りまとめたカード



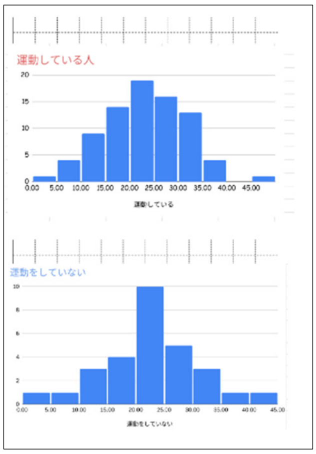


図８（左），図９（右）：
スプレッドシートで作成したヒストグラム

実験結果のデータのついては、**図７**のようなプリント（紙、ロイロノートの両方）での配布と、Google スプレッドシートでの配布を行った。データの分析を行う際は、自分で使える範囲のデジタルツールを自由に使用してよいこととした。また、データを分析した結果については、ロイロノートで紙面を写真で撮って提出するか、ロイロノートのカードに取りまとめて提出するかのいずれかの方法で提出してもらった。

第１時、第２時で代表値やヒストグラム等の確認を行っていたため、数学が苦手な生徒でも作業にスムーズに取りかかることができていた。代表値の計算については、電卓を用いている生徒がいる一方で、スプレッドシートの関数を用いている生徒も見られた。なかには、ヒストグラムをスプレッドシートで作成している生徒もいたが、**図８**のように最初に作成した状態のままの階級の幅が２つの集団で異なるものや、**図９**のように階級の幅はそろえていても縦軸のメモリの幅が異なるもの、がほとんどであった。これらについては、第５時で「２つのヒストグラムを同じ条件で比べるにはどうしたらよいか」という問いにつなげていった。また、手書きであっても、縦軸のすぐ横から長方形をかき始める生徒が多く、このあたりの指導は小学校との連携が必要であると感じた。

５．授業を振り返って

今回の実践を通して、特に「度数分布表に関連する用語の理解」と「ヒストグラムを作成して２つ以上の集団を比較する際にそろえるべき条件」の２点について、小学校から中学校にかけての生徒の理解度の確認と授業での丁寧な取り扱いが必要であると感じた。すでに学習している内容であっても、教科書での取り扱われ方が微妙に異なっている場合もあるため、そのあたりのフォローにも、今後、意識を向けていきたい。

中学校２年生：単元名　確率

どちらがゲームに勝っていたかを予想しよう

附属中学校　花村　碧

１．学習のねらい

１年生で学習する、多数回試行をもとにした「統計的確率」とは変わって、場合の数をもとにして考える「数学的確率」を学習するにあたり、順序良く整理し、重なりなく数え挙げることの重要性を理解させる。また、樹形図をかくことの必要性や、順序良く整理して数え上げることの大切さを実感させたい。

２．教材について

教科書コラム「パスカルとフェルマーの手紙」を題材に、基本の確率から２回試行の確率までを学習する。学習過程で樹形図の書き方を改めて確認し、見た目のわかりやすさと、数学的重要性を学ぶ。

３．育てたい力（資質・能力）

- ■ 同様に確からしいことに着目し，場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現すること。
- ■ 事象の特徴に着目し，順序よく整理する観点を決めて，落ちや重なりなく調べる方法を考察すること。

４．学習の展開（全５回）

①　学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
［第1時］ 導入「フェルマーとパスカルの手紙」 ・場合の数と、起こりやすさの関係	・導入ではやや難しい課題を設定し、学習の積み重ねが必要である実感をさせる。
［第2時～4時］ 「同様に確からしい」ということ ・確率の求め方(知技) ・余事象の考え方	・さいころやくじなどの直感的に予想できる課題へ移行し、統計的確率と数学的確率の違いに気付かせる。 ・数学的確率の前提を確認し、身近な事象について、確率を用いて考察してみる。
［第5時］ 「パスカルとフェルマーの手紙」 ・導入で用いたものを、学習内容を生かして解決する ・多数回試行の問題を発展させ、樹形図等で場合の数を正しく数え上げ、数学的確率を求める。	・学習した内容を組み合わせて思考することで発展的な内容を考察することができることを実感させる。 ・樹形図を用いて正しく全事象を数え上げ、数学的確率の観点から事象を考察する。

② 授業活動の実際

[第 1 時]教科書コラム「パスカルとフェルマーの手紙」を示し「もし勝負が途中で中断ぜずに続いていたら、A さんと B さんのどちらが勝利していただろうか？」と、事象の予想をさせてみた。すると「A さんが 2 回勝利しているのだから、現時点では A さんでは？」としつつも「B さんが勝つ可能性もないわけではない。決めきれない。」という意見が出てきて「可能性」ということに焦点化され、確率を考えることにつながっていった。

[第 2～4 時]教科書の題材を中心に、トランプやサイコロなど、感覚的に想像しやすいものから、確率の求め方の基礎を学習した。

[第 5 時]2～4 時で学習した確率の基礎をもとに、改めて、導入で思考した「A さんと B さんの<u>**どちらがどのくらいの確率で勝利する**</u>か」を考察する。可能性を考えていくことで場合分けをすることが必要になってくる。正しく場合分けし、数え上げていくための手段として、小学校で習得し、2～4 時で改めて学習した樹形図を使っていく。

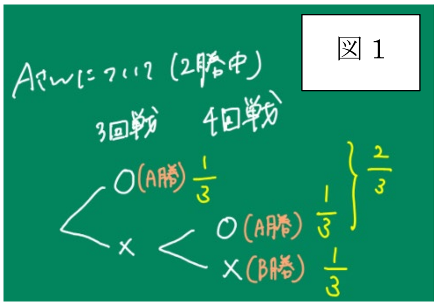


図 1

しかし、樹形図を途中で終えてしまうことで、正しく場合の数を数え上げることが難しくなるとわかった(図Ｉ)。樹形図の終わりがそろわないと場合の数としてのカウントも正しくなくなる。(図 2)(分数を用いた確率を出し、和が 1 になることを確認できれば良いが、そこに至らない場合が多い。)今回は特にゲーム性がある状況だったため、勝負がついた後の樹形図を描き続ける、という思考がしっくりこなかったことも考えられるため、場面設定も検討が必要であると感じる。

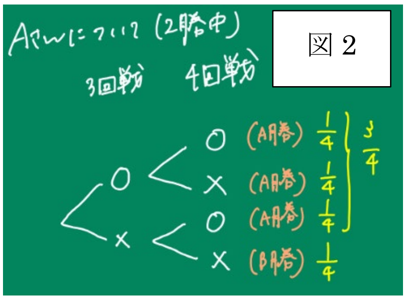
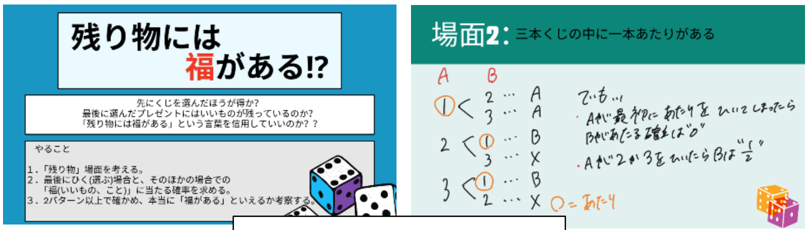


図 2

[章末課題]学習のまとめの課題として「残り物には福があるのか？」というレポート課題を課した。それぞれが状況設定をし、それについて考察をするという、類題を作成する過程を経ることで、より状況の理解が深まり、確率を日常場面で生かすことについて、深く考察できるようになったと感じる。



ある生徒の提出課題

5．授業を振り返って

日常の中にある場面であるので、正しい知識・技能を持たない導入の段階でも「何となく」の想像ができる一方で、全体とは違う予想を立てる生徒もおり、正しく知識・技能を積み重ねなければたどり着くことが困難な課題であったため、生徒にとって考えたくなる教材であるといえた。

「順序よく，落ちや重なりなく調べる」ということは小学校 6 年生までにも学習してきている内容である。また D 領域以外でも、たびたび出現する考え方であるが、樹形図を正しくかいて落ちなく数え上げることは、生徒にとって、場合によっては課題があることが分かった。視覚的で、整頓しやすい表現方法である一方で、正しく表すことに関して、誤りや認識違いのないようにしていくことが、必要であると考える。

附属高等学校１年生：データの分析

「仮説検定の考え方 Ver. 2」

附属高等学校　三橋一行

１．学習のねらい

①「仮説検定の考え方」をより深く，正しく理解する。
②「仮説検定の考え方」を学ぶ段階で，数学Ｂで学ぶ「仮説検定」のひな型を作る。
③ 既習事項の数学の応用や活用であることを理解する。

２．教材について

数学Ⅰの「仮説検定の考え方」の学習が数学Ｂの「仮説検定」の学習に繋がりにくい。数学Ｂの仮説検定の学習が難しい。これは主に積分，確率を面積で表すなどの未習事項の多さに起因する。そこで，数学Ⅰで扱うような内容で，数学Ｂの仮説検定の内容に近づけた学習教材が必要であると考えた。相対度数分布表（確率分布），ヒストグラムを用いて検定を行う。それによって検定の仕組みを知ると同時の理解の難所を数学Ⅰの段階で気づかせ解決行くことを目的として考えた指導案である。授業に使用したスライドの内容を中心に作成された指導案となっている。また，タイトルに「Ver. 2」が付されているのは，「仮説検定の考え方」を，以前，ベイズ統計の考えと比較して背理法的な導入を行う指導案を以前に作成，発表しているためである。今回は，既習事項生かすことに沿った指導となることを心掛けている。

３．育てたい力（資質・能力）

- ■ 話を聞いて論理的に整理して，理解する力。
- ■ 数学を活用して，現実場面での問題に対して，確率を用いた表現で解決する。

４．学習の展開

① 学習指導案

学習活動	指導の手立て留意点
本時の流れの説明を聞く。 例題に沿って考え方の説明をする。 ●問題の提示 コインを1回投げる。表が出れば、参加者の勝ち、裏が出れば参加者の負けとする。 このゲームにある8人が1人1回ずつ挑戦した。すると、なんと8人中7人が負けた。つまりコインの裏が7回出たというのだ。 そこで、参加者のAさんが言った。 「8人中7人が負けた。こんなことは、**めったに起こらない**。 そのコインは**公平**でなく**裏が出やすい**に違いない」 果たしてこのコインは公平なのだろうか、裏が出やすいのだろうか。数学的にその理由を述べてみよう。	※ 夏休みの宿題で「仮説検定の考え方」については、各自教科書で勉強し、問題演習はしている。そのことを踏まえて本時の目的を簡単に説明する。

<table>
<tr>
<td>

1 .仮説を立てる

・あとで否定されて欲しい仮説　**＜公平な立場の仮説＞**
　→　**「帰無仮説」**と呼び　→　**仮説H_0**で表す。
・主張したい仮説
　→　**「対立仮説」**と呼び　→　**仮説H_1**
★　仮説を数値で表すとどうなるか。
　裏が出る確率をpとすると、
　H_0　：　p＝
　H_1　：　p

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>裏が出る確率をｐとして，仮説がどんな式で表されるかを考える。</td>
<td>★仮説を立てる際に数学的に解決することを目的としているので、仮説は数式で表すことを強調する。
検定手順の考え方を理解するために，帰無仮説，対立仮説の説明し，仮説の性格を知らせる。</td>
</tr>
<tr>
<td>

H_0　：　p＝1/2

H_1　：　p＞1/2

（ｐ＜1/2もあるが、今は現実的でない）
・観測した事実にそぐわない。

</td>
<td>●発問「ｐを用いて仮説がどんな式になるかを考えてみよう」➡ワークシートに記入させる。

★　Ｐ＜1/2をどう扱うかを気にする生徒もいる。
ここは，観測データに沿うものか否かで理解させる。
片側検定か両側検定かの違いが生じる重要ポイントである。</td>
</tr>
<tr>
<td>

2.　有意水準の設定について説明を受ける。

2.「めったに起こらない」確率(有意水準)の確認をする。

・このゲームにこの8人が参加して、7人が負けるということはどの程度の起こりやすさなのだろうか？
・100回挑戦してに1回程度？
　1000回に1回？　10000回に1回？　10000…０回に1回？

　もし、５回に1回だとすると、8人が7人負けるのは、あまり珍しいことなので、Aさんの主張は正しくなさそうだ。
　では、10000回に1回だとすると、8回中7回裏がでることは奇跡に近い、そんな事が起こったのだろうか？

</td>
<td>★　有意水準とは,「どのくらい低い確率であるなら『起こらない』と見なしてよいか」の基準となる確率であることを伝える。。</td>
</tr>
<tr>
<td>

この議論はむずかしい・・・・

・これは、裁判で有罪なのに無罪としてしまったり、無罪なのに有罪としてしまったりするような誤った判断を下してしまうことと同様なのである。

　詳しく知りたい人は、「仮説検定」の専門書などを見てください。超難しいですけど。理解するには高校数学と大学教養数学の勉強頑張ってね♡

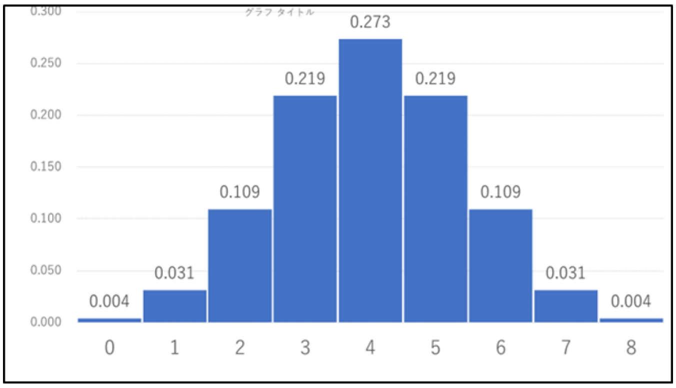
　現在の統計学では、バランスを考えて 確率0.05以下はめったに起こらないことと見なしている。
（**有意水準0.05**と言ったりする）

</td>
<td>★　有意水準の意味は伝えるがその設定については深入りしない。一般に0.05とされていると教える。</td>
</tr>
<tr>
<td>3.　次に，ｐ＝1/2の立場，帰無仮説H_0の元で,</td>
<td></td>
</tr>
</table>

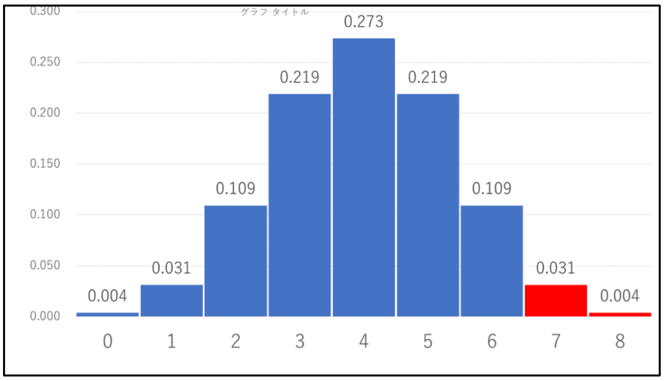
3．仮説H_0のもとで参考となる確率モデル（確率分布）を調べる。※シミュレーションの結果もあり

裏が出る回数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	計
確率	$(1/2)^8$	$8\times(1/2)^8$	$28\times(1/2)^8$	$56\times(1/2)^8$	$70\times(1/2)^8$	$56\times(1/2)^8$	$28\times(1/2)^8$	$8\times(1/2)^8$	$(1/2)^8$	1
	0.0039063	0.03125	0.109375	0.21875	0.2734375	0.21875	0.109375	0.03125	0.00390625	**1.000**
	0.004	**0.031**	**0.109**	**0.219**	**0.273**	**0.219**	**0.109**	**0.031**	**0.004**	1.000

4．ヒストグラムを作る。



ヒストグラムに棄却域を設定させる。



★　帰無仮説H_0の元で，理論的に裏の出る回数とその確率を表にしてみる。

●発問

「裏が出る回数についてその確率を求め表を完成させよう。」

※　これが確率分布である。

※　現行の教科書では，ここの部分がコイン投げであったり，サイコロ投げであったり別な実験を行った結果をもとにして考えることになる。それは，本来良くないので，同様に確からしいという1/2の確率の立場をとっていることからも数学的にしっかり理論値で確率分布をつくっておく。

※　二項係数の復習も兼ねて半分までもとめれば，対称に票が埋まっていくことにも気づかせる。

※　確率を表に埋めさせたあとに答え合わせを行い。間違いは修正させておく。

●発問

「確率の表をもとにヒストグラムを作成しよう。」

※答え合わせをし，修正させて次へ進む。

●発問

「ヒストグラムの中で棄却する回数とその確率がどう表れているか考えよう。

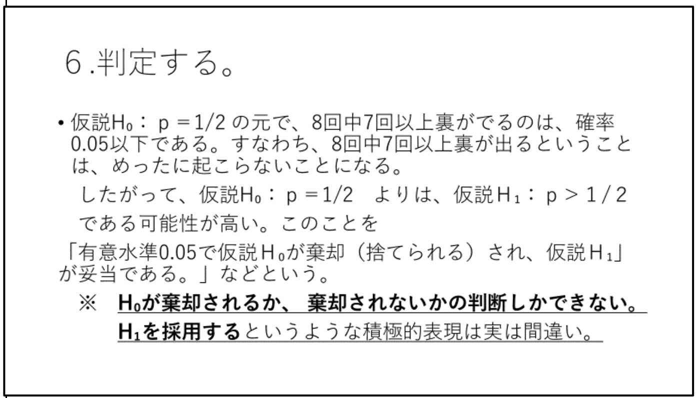
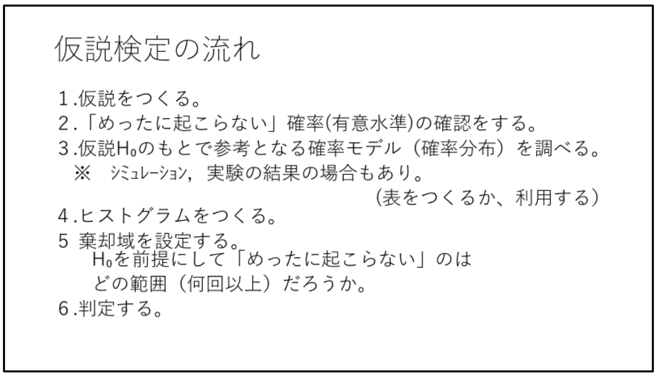
※　7回のみでなく，8回も棄却される。

※　7回又は8回なので確率の和の法則に注目させる。

▼けっして0.05と１つの回数の確率の比較で判断させないように注意する。

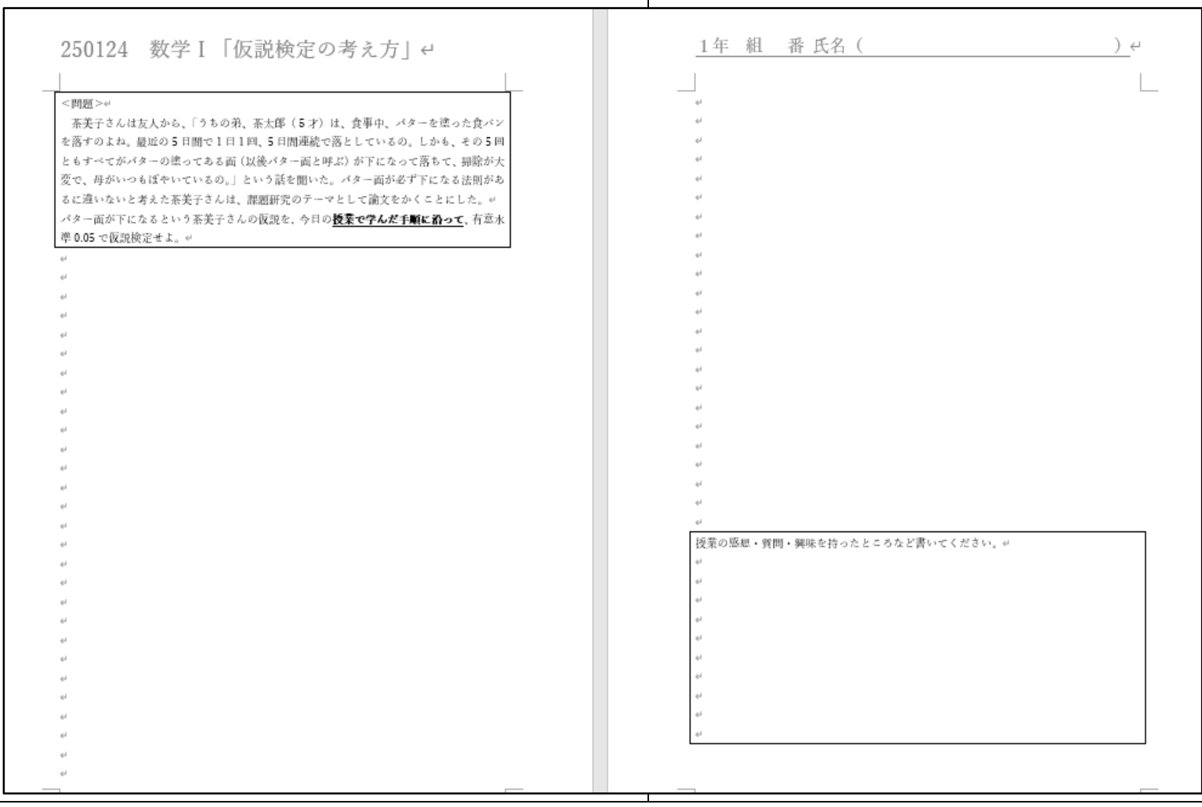
※　8回と7回の確率の和が0.05以下であるので，7回以上は「起こらない」と見なす。6回まで入れてしまうと，0.05を超えてしまうので，6回では，際どいが棄却できない。

※　ｐ＝1/2の立場では，7回以上裏がでるこ

<table>
<tr>
<td>6. 判定にはいる。以下のように説明する。

</td>
<td>とは「起こらない」とみなせるので，p＝1/2の仮説の妥当性は否定された（棄却された）。ということである。
※ しかし，H_1を積極的に採択しているわけではないことに注意させる。
※ H_0を捨てられるかどうかを知ら得るのが仮説検定の本質である。</td>
</tr>
<tr>
<td>7. 仮説検定の流れ（手順）を振り返って確認する。


確認後，課題に取り組み学習の成果を自分で試してみる。</td>
<td>※ 課題を用意し，今回学んだ手順で仮説検定を行い，理解を深めさせる。

以下が今回の課題プリントである。</td>
</tr>
</table>

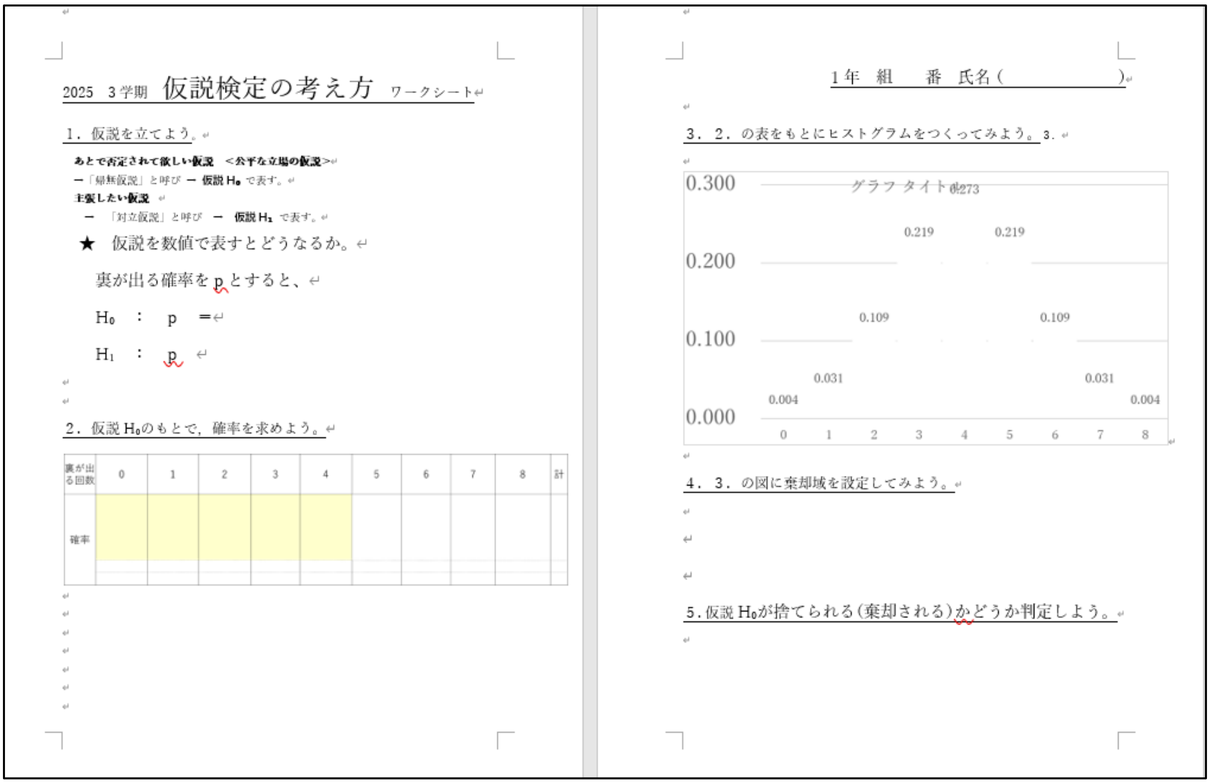


250124　数学Ⅰ「仮説検定の考え方」

<問題>
　茶美子さんは友人から、「うちの弟、茶太郎（5才）は、食事中、バターを塗った食パンを落すのよね。最近の5日間で1日1回、5日間連続で落としているの。しかも、その5回ともすべてがバターの塗ってある面（以後バター面と呼ぶ）が下になって落ちて、掃除が大変で、母がいつもぼやいているの。」という話を聞いた。バター面が必ず下になる法則があるに違いないと考えた茶美子さんは、課題研究のテーマとして論文をかくことにした。
バター面が下になるという茶美子さんの仮説を、今日の**授業で学んだ手順に沿って**、有意水準0.05で仮説検定せよ。

1年　組　番 氏名（　　　　　　　　　　　　）

授業の感想・質問・興味を持ったところなど書いてください。



2025　3学期　仮説検定の考え方　ワークシート

1．仮説を立てよう。

あとで否定されて欲しい仮説　<公平な立場の仮説>

ー「帰無仮説」と呼び　ー　**仮説 H_0** で表す。

主張したい仮説

ー　「対立仮説」と呼び　ー　**仮説 H_1** で表す。

★　仮説を数値で表すとどうなるか。

裏が出る確率を p とすると、

H_0　：　p　＝

H_1　：　p

2．仮説 H_0のもとで，確率を求めよう。

裏が出る回数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	計
確率										

1年　組　　番　氏名（　　　　　　）

3．2．の表をもとにヒストグラムをつくってみよう。3．

4．3．の図に棄却域を設定してみよう。

5．仮説 H_0が捨てられる（棄却される）かどうか判定しよう。

②授業活動の実際

120 人の一斉授業で，1 コマ 45 分の時間設定であったため，板書の見にくさと板書とノートの時間を節約するためにスライドとワークシートを用いて授業をおこなった。コンパクトに授業時間内に収まることはできたが，理解の度合いは生徒間でかなりの差があったと思われる。仮説の設定，仮説の数式化，右側検定と両側検定の違い，有水準の意味，ヒストグラムの図上で有意水準がどこの何を示しているのかなど回収したワークシートでは記述に差が見られた，あるいは疑問点や質問が書かれていた。仮説検定の授業はその考え方を学ぶ以前に，使用される専門用語が学習者の壁になっていることがわかった。専門用語を用いれば表現や記述が簡潔になるが，初学者にとっては，言葉に縛られてその内容，概念が正しくつかめ切れなくなり疑問になってしまうことが生じやすい。この点を改善していく必要がある。数学Ⅰの単元とはいえ，これらを 2 コマほどの授業で学習していくのには，やはり無理がある。数学 B が全員必修である本校のような場合には，ここではほんとに軽く触れて，あとは数学 B の授業内で詳しくやった方がよいであろう。

５．授業を振り返って

上の授業の実際にのところにも述べた点ではあるが，具体例を挙げて検討する。

<u>①仮説の論理的不整合の問題</u>

帰無仮説 $p = 1/2$ を設定したら，対立仮説は $p \neq 1/2$ でなければならないのでは？と主張する生徒がいた。また，両側検定だと分布の両裾に 0.025 ずつに確率を分けるが，片側検定だと片側だけで，0.05 の確率を設定するのは片側検定だけ不利（棄却されやすいのではないか）という質問が少なからず出た。数学Ⅰでは論理の学習をも行っているので，生徒の意見はもっともである。統計学の立場からは，確率は 0.05 であり，片側を用いるときには，それの反対側は起こらない前提として検定している。論理性よ

りも確からしさに基準を置いているのである。確からしさと論理的整合性が一致するように思えるが一筋縄でいかないところが統計学を学ぶ難しさの一つである。

②確率を面積でとらえる。

裏が 7 回出ることが棄却されるなら，8 回出ることも棄却される。ということがヒストグラムを利用することでわかりやすくはなったが，それでも，7回の確率と 8 回の確率の和になることが理解しにくいようであった。7 回の確率と有意水準を比較すれば済むのではないかと考えている生徒が少なからずいた。これは，たった 1 例で比較するのではなく起こり得る回数全体のなかで，考えることでより正確に調べているということで説明した。ヒストグラムを利用して棄却域を考える作業は数学 B で仮説検定を学ぶときにかなり役立つはずである。

以上である。今後もこの単元の授業研究は続けていく必要があると考える。

お茶の水女子大学附属高等学校　１年生

数学探究「相関係数の正体～ベクトルで解釈する相関係数の意味」

附属高等学校　三橋一行

１．学習のねらい

データの分析で相関係数について学ぶが，相関係数の値が-1 から１までの数しかとらないのはなぜか。そのことを，相関係数を求める公式から直感的に理解することは難しい。また，その公式も共分散をそれぞれの標準分散同士の積で割るという形である。これが，どんな意味を持っているのかということも分かりづらい。そこでその意味をベクトルの学習を通して，幾何学的に理解して見るという授業を考案した。相関係数の理解とデータの分析と数学のより深い関係を知ることで，上のような疑問に答えを見つけられることねらいとしている。

２．育てたい力（資質・能力）

- ■ データの分析に使用する公式が，ベクトルを用いて幾何学的に解釈できる。
- ■ データ分析の式や方法は，数学の活用・応用であり数学の便利さや良さが生かされていることを知ることができる。
- ■ 既習事項を複数用いることで，数学の学習内容の復習と数学の応用力を高めることができる。

３．学習の展開

① 学習指導案

<table>
<tr><th>学習活動</th><th>指導の手立て留意点</th></tr>
<tr><td>本時の流れを簡単に説明し，復習を兼ねて下の表を完成させ，相関係数を手計算で求めてもらう。電卓の使用も許可している。

●発問
「表埋めて相関係数をもとめよう。」

1　問題設定

下の表は、あるクラス（在籍2名）の英語と数学の期末試験の得点である。
<table>
<tr><th>生徒</th><th>x(英語の得点)</th><th>y(数学の得点)</th></tr>
<tr><td>A</td><td>40</td><td>90</td></tr>
<tr><td>B</td><td>80</td><td>70</td></tr>
<tr><td>計</td><td>120</td><td>160</td></tr>
</table>
（英語の平均点）＝60　　（数学の平均点）＝　80

下の表を埋めて、英語と数学の得点の相関係数 r を求めよ。
<table>
<tr><th>生徒</th><th>x</th><th>y</th><th>$x-\overline{x}$</th><th>$y-\overline{y}$</th><th>$(x-\overline{x})^2$</th><th>$(y-\overline{y})^2$</th><th>$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$</th></tr>
<tr><td>A</td><td>40</td><td>90</td><td>－20</td><td>10</td><td>400</td><td>100</td><td>－200</td></tr>
<tr><td>B</td><td>80</td><td>70</td><td>10</td><td>－10</td><td>400</td><td>100</td><td>－200</td></tr>
<tr><td>計</td><td>120</td><td>160</td><td>/</td><td>/</td><td>800</td><td>200</td><td>－400</td></tr>
</table>
</td><td>★通常「数学C」で学ぶベクトルに関しては，本校のSSH設定科目「数学探究」の中で，2次元ベクトルの内積の単元までは学習している。そのた上で，本時の授業が設定されている。

★復習なので，時間を区切り生徒自身に求めさせる。必要があれば，電卓を使用しても良いことにする。</td></tr>
</table>

$$r=\frac{-400}{\sqrt{800}\sqrt{200}}=-1$$

以上のやり方を踏まえて，文字式で一般化を図る。

$\boxed{2}$　一般化

一般にそれぞれの得点を文字で以下の様に置くと、相関係数 r はどうなるか。

生徒	x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
A	x_1	y_1	a_1	b_1	${a_1}^2$	${b_1}^2$	a_1b_1
B	x_2	y_2	a_2	b_2	${a_2}^2$	${b_2}^2$	a_2b_2
計	x_1+x_2	y_1+y_2	/	/	${a_1}^2+{a_2}^2$	${b_1}^2+{b_2}^2$	$a_1b_1+a_2b_2$

●発問
「この式は，どこかで見たことが無いか？」

●発問
「この式の r とは，何だろうか」

$$r=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}\sqrt{{b_1}^2+{b_2}^2}}$$

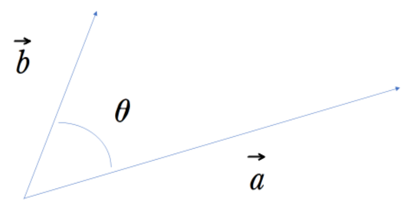
★　相関係数を求め終わったところを見計らって，指名するなどして，答えを発表してもらう。

★　表と相関係数の公式，求めた数値が正しいか答え合わせする。次のstepへ進めるよう，ここまでの間違いや誤解は修正しておく。

＜要注意＞
ベクトルで考える場合，データ数はベクトルの次元として現れる。今回は2次元べくとるなので，データは2件しかない設定である。この状態では，2点しかないので，直線が引けていまい，傾きが1もしくは−1の直線となってしまうそのため相関け数は1か−1になってしまう。

★　表中にあるように，ベクトルaとベクトルｂを設定する。
原点が，ｘの平均値とｙの平均値をｘ座標，ｙ座標にもつ点に移されるのであるが，深入りしない。相関係数が平均値からのズレを利用している量であることもこのことからわかる。

※この式では，まだひらめかない可能性があるので，次のようにベクトルとその成分を与える。

$\boxed{2}$の式を，$\vec{a}=(a_1, a_2)$，　$\vec{b}=(b_1, b_2)$　として、　rを$\vec{a}$と$\vec{b}$を用いて表せ。 $r=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}\sqrt{{b_1}^2+{b_2}^2}}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}$	※　ここまで来ると，かなりの生徒がベクトルの内積の公式で，COS θを表すものであることに気づく。
●発問 「相関係数とは，何を表しているのか。」 相関係数rの正体は何であると考えられるか ※　$-1 \leqq r \leqq 1$　となる理由が分かりましたか？　はい　・　いいえ $r=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2}\sqrt{{b_1}^2+{b_2}^2}}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert\lvert\vec{b}\rvert}=\cos\theta$ **この式は，ベクトルの応用で学んだ。2本のベクトルのなす角を求める公式である。そして，これはなす角をθとするとCOS θ　に等しいものである。**	※　データを成分に持つベクトル同士がどのくらい同じ方向を向いているか，その尺度として，2本のベクトルのなす角をθとしたCOS θの値で2つのベクトルの類似度を表したものが相関係数であるという解釈ができる。 出来るだけ生徒に考えさせて，このような解釈を導き出してほしい。
相関係数の意味を幾何学的（図形的）に解釈すると。  	※　図に表すと左ようになる。 ※　相関係数を幾何学的に解釈すると，COS θなので，－１と１の間の数値しかとらないことがわかる。
以下，ワークシートの残りの課題に取り組む。	※　ワークシートの残りの部分に取り組んで学習事項を確認し，学習を振り返っての記述も行わせる。授業終了まで時間をとる。質問なども適宜受ける。

相関係数の正体とは？

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　)

[1] 下の表は、あるクラス（在籍2名）の英語と数学の期末試験の得点である。

生徒	x(英語の得点)	y(数学の得点)
A	40	90
B	80	70
計		

（英語の平均点）＝　　　（数学の平均点）＝

下の表を埋めて、英語と数学の得点の相関係数 r を求めよ。

生徒	x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
A	40	90					
B	80	70					
計			/	/			

[2] 一般にそれぞれの得点を文字で以下の様に置くと、相関係数 r はどうなるか。

生徒	x	y	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
A	x_1	y_1	a_1	b_1			
B	x_2	y_2	a_2	b_2			
計			/	/			

[3] [2]の式を、$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$、$\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ として、r を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

[4] 相関係数 r の正体は何であると考えられるか

※　$-1\leq r\leq 1$　となる理由が分かりましたか？　はい　・　いいえ

[5] 相関係数の意味を幾何学的（図形的）に解釈すると、

相関係数の正体とは？

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　)

[6] 相関係数 r が次の値であるとき、$\vec{a}$，$\vec{b}$ の2本の矢印とそのなす角 θ を用いて図示せよ。また，θの値も答えよ。$|\vec{a}|>|\vec{b}|$とし、$0°\leq\theta\leq180°$ とする。

(1)　$r=1$　　(2)　$r=\frac{1}{2}$

(3)　$r=0$　　(4)　$r=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5)　$r=-1$

[7] 相関係数 $r=0.25$と 相関係数 $r=0.5$を比較して、「相関係数が2倍になっているという表現は正しいか？　その正誤を根拠を持って答えよ。

[8] 【チャレンジ】英語と国語の成績に何らかの正の相関関係があるとき、英語得点データベクトル $\vec{a}$ から、国語得点データ ベクトル$\vec{c}$ の影響を取り除いた純粋な英語のデータデータベクトル $\vec{d}$ を図示せよ。ただし、垂直なデータベクトル同士は互いに影響しないことは既知とする。

[9] 相関係数とベクトルの関係を学んで感じたことや興味を持った点を書いてみよう。

② 授業活動の実際

実際の授業は，広い教室で 120 名ほどに対して一斉授業をおこなった。スライドを利用し板書の時間の短縮と大型教室ゆえの黒板の見にくさ解消をはかった。授業内容としては，薄目かと感じたが，1 コマ（45 分間）の授業の枠にほぼピタリと当て嵌まる感じであった。

比較的うまく行った授業と言えるだろう。

４．授業を振り返って

この授業のために，数学 C の内容であるベクトルのうち平面ベクトルの内積のところまでの学習を週に 1 回 45 分の授業で，4 週分ほどの短時間で生徒には先取り学習してもらっている。

ベクトルと相関係数という一見して全く別物であるとしか思えないような内容が実はつながっており，相関係数なるものはコサインの値と全く同じものであるという事実に驚いた生徒は多かった。しかし，ベクトルに十分に慣れておらず，その驚きが十分に得られなかった生徒もいる。指導時期としては，ベクトルに十分に慣れた数学 C のベクトルの学習が終わったあたりが適切であろう。今回 1 年生に持ってきたのは，①数学探究という授業で，数学の有用性と統合性について驚きをもってもらいたかったこと，②データの分析を行うにあたって，疑似相関関係を引き起こす要素を仮定してその影響を取り除くことによってより正確なデータ分析を行うことに役立てて貰うこと。の２つの目的のためであった。②については今回大幅な時間切れとなってしまって全く手つかずとなった。3 次元のベクトルまで，扱えるようになると相関係数の幾何学的解釈も多様性が生まれてくる。垂直をなす２つのデータベクトルは互いに影響しあわない（これについては大学レベルの証明が必要である）ことがわかっている。そこで，任意のデータベクトル **a** について，疑似相関を引き起こすと考えられるデータベクトル **c** への正射影ベクトルをつくり，この正射影ベクトル **a’** ともとのベクトル **a** の差をとると，疑似相関の要素を取り除いたデータベクトル **x** ができる。同様にデータベクトル **b** についても同様にベクトル **c** の影響を受けないデータベクトル y をつくる。すると， a と b の相関関係から c の要素を抜いた x と y の相関係数がえられることになる。これによって，疑似相関関係から真の相関関係が調べられることになる。相関係数は単にコサインと同じということだけではなく，ベクトルの利用によってより正確な相関関係の分析が行えるのである。このように，統計分析の手法と純粋数学は影響を与えつつ発展してきたし今後もそうあるべきである。

今回，後半の部分は実際には授業ができなかったが，機会を見て実施していきたい。また，今回行えた授業の部分においては，発問の仕方やワークシートの問いの設定など改善の余地がある。こちらの方も改善を考えて再度授業ができればよいと考えている。